

О новом подходе к решению гипотезы Биля (Обобщенной теоремы Ферма).

Ивлиев Ю.А.

АННОТАЦИЯ. Данная статья представляет собой аналитический и обобщающий обзор предыдущих публикаций автора по теме Большой (Великой) теоремы Ферма в различных научных изданиях. В основу обзора положены две последние статьи 2017 и 2018 г.г., завершающие цикл авторских исследований, связанных с доказательством Обобщенной теоремы Ферма (гипотезы Биля). Отмечается, что истинность того или иного доказательства теоремы Ферма из накопленного во всем мире множества ее доказательств может быть установлена только после выяснения логики рассматриваемых доказательств, которая может и не совпадать с логикой традиционного математического подхода, ограничивающего постижение математической истины. Главным итогом настоящего обзора является понимание статуса теоремы Ферма в общей системе научных представлений о мире как фундаментальной теоремы об основах воспринимаемой действительности, выраженной в форме чисел.

Содержание:

1. О проблеме интерпретации Великой теоремы Ферма и ее решении посредством гипотезы Биля.
2. Доказательство гипотезы Биля (Обобщенной теоремы Ферма).
3. Выводы.

О проблеме интерпретации Великой теоремы Ферма и ее решении посредством гипотезы Биля.

Проблема интерпретации Великой теоремы Ферма (сокращенно ВТФ), возникающая при изучении ее основного уравнения:

$$z^n = x^n + y^n \quad (1)$$

где z, x, y, n – положительные целые числа, $n > 2$, постепенно осознавалась и прояснялась автором по мере продвижения его способа математического доказательства теоремы в различных научных изданиях, начиная с его первой публикации по этой теме [1]. Излишняя полемичность статьи [1] и последующих за ней не позволила автору четко изложить идею доказательства в строгих математических рамках, к чему автор вплотную

подошел лишь в своих последних работах 2017 и 2018 г.г. Эта идея коренится в проблеме интерпретации ВТФ, рассматриваемой с позиций различных математических объектов, представляющих утверждение ВТФ и приводящих к нему посредством каких-либо преобразований. Такими объектами могут быть либо абстрактные числа в виде целых, рациональных или других действительных чисел, либо это могут быть какие-либо числа, наполненные геометрическим содержанием. Выбор математических объектов для решения проблемы Ферма является принципиальным и определяет весь дальнейший ход рассуждений вплоть до получения конечного результата. Неопределенность в этом вопросе может привести к методологическим ошибкам и неверным результатам. Именно о таких задачах с неопределенным смыслом говорил Гаусс как об утверждениях, которые невозможно ни доказать, ни опровергнуть. Чаще всего эти предложения формулируются относительно самых простых и, казалось бы, очевидных объектов. Таким предложением и является теорема Ферма о целых числах.

В работе [2] отмечалось, что проблема интерпретации ВТФ лежит в основаниях математики, в частности, в аксиоматических представлениях о числовых множествах. Выяснилось [3], что теорема Ферма не укладывается в прокрустово ложе линейной действительной оси, когда существует взаимно однозначное соответствие между множеством действительных чисел и множеством точек, равномерно расположенных на всей прямой. Другими словами, существуют такие действительные числа (например, арифметические квадратные корни из целых чисел), для операций с которыми нужны другие аксиоматические формы и значит аналитическая теория чисел должна быть дополнена новой аксиоматикой геометрического представления чисел, а последняя может взяться только из опыта и окружающей действительности. Все эти моменты не были до конца учтены в доказательстве Уайлса ВТФ (см. в [4]) , что привело, в конечном счете, к иллюзорной эллиптической кривой, не существующей в линейном топологическом пространстве, и замыканию доказательства в «порочном круге» (другими словами, не было установлено взаимно однозначное соответствие между целыми решениями уравнения Ферма и обсуждаемой эллиптической кривой, которая только по виду эллиптическая, но не по содержанию). Кроме того, спрямление кривой Ферма до прямой линии, пересекающей предполагаемую эллиптическую (а на самом деле неэллиптическую) кривую в евклидовом непроективном пространстве для получения целых решений уравнения Ферма, не было осуществлено из-за различия в геометрии проективных и непроективных пространств (спрямление кривой Ферма в проективном пространстве приводит к противоречию с данными кривой Ферма,

используемой для получения целых решений уравнения Ферма в непроективном евклидовом пространстве [4]; это противоречие устраняется только признанием иллюзорности предполагаемой эллиптической кривой и ее неприменимости для поиска целых решений уравнения Ферма). Однако вскрытые трудности в упомянутом доказательстве ВТФ нисколько не умаляют познавательного значения промежуточных этапов предпринятого исследования, если принять во внимание «то чувство высокой значительности, которое охватывает всякого ученого, стремящегося проникнуть в загадку Великой теоремы, стоящего перед лицом самых основ арифметики, перед лицом тех величайших законов, которыми управляется мир чисел и на которых основано все наше знание об этом мире» [5]. Главным достижением в доказательстве Уайлса было утверждение (теорема) о том, что всякая полустабильная эллиптическая кривая, определенная над полем рациональных чисел, является модулярной. Эта теорема является важным дополнительным условием (критерием) для математического определения вышеуказанной эллиптической кривой при ее построения в проективном евклидовом пространстве, откуда следует, что немодулярная «эллиптическая» кривая не является эллиптической кривой, соответствующей теореме Ферма. К сожалению, этот вывод был перенесен из начала в конец доказательства, что и привело в итоге к логической ошибке «порочного круга».

В работе автора [6] проблема интерпретации ВТФ решается феноменологически, т.е. предлагается рассматривать отдельные члены уравнения Ферма (1) в виде совокупности единичных многомерных кубиков, из которых следует построить три больших многомерных куба. Теорема Ферма утверждает, что это невозможно. Такой геометрический подход для изучения и решения проблемы Ферма высвобождает огромный потенциал скрытых возможностей аксиоматического построения числовых соотношений. Он также лежит в основе всех квантовых теорий современной науки. В нашем случае единичные многомерные объекты теоремы Ферма и их совокупности можно считать квантами натуральных чисел. Запись теоремы Ферма в виде обозначений из абстрактных целых чисел без учета их геометрического содержания не оставляет никаких шансов для более глубокого проникновения в мир чисел. Так, например, если разделить уравнение Ферма с взаимно простыми z, x, y на z^{n-1} , то получим разбиение z на дроби, а не целые части, как можно было бы ожидать при квантовом подходе и увеличении масштаба уравнения (1). Однако, подбирая общий масштабный множитель для всех членов уравнения Ферма, можно получить подобное разбиение (1) в целых числах и значит уравнение Ферма обладает свойством масштабной инвариантности,

называемым в квантовой теории скейлингом. При этом степенная структура уравнения Ферма (1), записанного в виде разбиения: $(zd)^n = (xd)^n + (yd)^n$, где целое число d не является взаимно простым с z , x , y , сохраняется в скрытом виде. Для этого надо осуществить правильную калибровку уравнения Пифагора для целых чисел, получаемого масштабированием вниз из уравнения Ферма (конкретно это будет показано в доказательстве гипотезы Биля). В результате проведенной калибровки получаем уравнение Пифагора для чисел, названных прямоугольно-треугольными (или просто прямоугольными), являющимися арифметическими квадратными корнями из целых чисел: $a + b = c$, где a , b , c – целые числа. Среди множества прямоугольных чисел могут оказаться пифагоровы тройки чисел, так что a , b , c будут квадратами целых чисел. Пифагоровы тройки являются определяющими при построении степеней целых чисел в уравнении (1). Однако происхождение пифагоровых троек на всем множестве целых чисел остается загадкой, лежащей в основаниях квантовой теории чисел.

Итак, с помощью скейлинга можно свести уравнение Ферма к уравнению Пифагора в целых числах, используя при этом идею Теэтета о том, что уравнения типа (1) не могут иметь иррациональных решений [1]. Покажем на простом примере, как работает скейлинг при построении уравнения Пифагора из геометрической теоремы Евклида: $z/x_0 = x_0/k$, $z/y_0 = y_0/l$, где x_0 , y_0 – прямоугольные числа, z – целое прямоугольное число, k , l – такие рациональные числа, что $k+l = z$ (см. рис. 1). Возьмем священный египетский треугольник со сторонами 3, 4, 5, тогда по теореме Евклида: $5 = 16/5 + 9/5$. Для получения примитивных пифагоровых троек в уравнении Пифагора проведем его калибровку к целым числам, умножая полученное равенство на 5: $25 = 16 + 9$.

Перейдем теперь к рассмотрению проблемы ВТФ с точки зрения ее возможного доказательства в интерпретации гипотезы Биля [7], которая утверждает, что если уравнение (1) существует, где x , y , z – положительные целые числа, а показатель степени n может одновременно иметь спектр значений: $n = (m, p, q)$ при $m, p, q > 3$ и независимом значении n для каждого терма, то x , y , z имеют общий множитель. Фактически гипотеза Биля констатирует масштабную инвариантность уравнения (1).

Рассмотрим теперь уравнение (1) как разбиение целой степени z^n на сумму других целых степеней x^n и y^n . Основания целых степеней также могут быть разбиты на целые части, исходя из квантовой парадигмы, однако уравнение (1) является преобразованным уравнением Пифагора: $z^2 = x^n / z^{n-2} + y^n / z^{n-2}$, в котором целые числа трактуются как

квадраты арифметических корней из тех же чисел. Введем теперь понятие прямоугольного числа (эти числа, вообще говоря, отличны от чисел прямоугольного треугольника, называемых пифагоровыми тройками, хотя и включают их в свое множество). Прямоугольное число – это такое неотрицательное действительное число, квадрат которого есть целое неотрицательное число. Множество прямоугольных чисел: $P = \{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots\}$ счетно, система прямоугольных чисел: $P = \langle P, +, \cdot, 0, 1 \rangle$ определена операциями сложения и умножения и двумя выделенными элементами (нулем и единицей). По отношению к сложению система **P** незамкнута. Множество неотрицательных целых чисел является подмножеством множества прямоугольных чисел. Для приведения (1) к виду уравнения Пифагора в системе прямоугольных чисел перепишем (1) как равенство для некоторых взаимно простых x', y', z' и общего целого множителя d : $(x'd)^p + (y'd)^q = (z'd)^m$ и выполним масштабирование вниз:

$(z'd)^2 = (x'd)^p / (z'd)^{m-2} + (y'd)^q / (z'd)^{m-2} = (x')^p d^{p-m+2} / (z')^{m-2} + (y')^q d^{q-m+2} / (z')^{m-2} = x_o^2 + y_o^2$, где x_o^2 и y_o^2 с подходящим d – это квадраты некоторых прямоугольных чисел x_o и y_o . После масштабирования вверх возвращаемся к уравнению (1):

$$z^m = x^p + y^q = z^{m-2} (x_o^2 + y_o^2) \quad (2)$$

где x_o и y_o – целые числа по построению, так как x^m, y^m – квадраты средних пропорциональных между x_o^2 and z^{m-2} , y_o^2 and z^{m-2} .

Применим теперь древний метод построения степеней целых чисел, исходя из геометрической теоремы Евклида и записывая две цепочки пропорций, связанных между собой равенством $z = k + l$; k и l – целые части z , получаемые из метода масштабирования вниз:

$$z/x_o = x_o/k = k/l_1 = \dots = k_{m-3}/k_{m-2} \quad (3)$$

$$z/y_o = y_o/l = l/l_1 = \dots = l_{m-3}/l_{m-2}$$

где z, x_o, y_o – прямоугольные числа из (2), m – натуральный индекс, не меньший 3, $z=k+l$; k и l – целые части z , полученные из скейлинга.

Из пропорций (3) можно получить следующие формулы:

$$x_o^2 = kz = (k_1z/x_o)z, \quad x_o^3 = k_1z^2 = (k_2z/x_o)z^2, \quad \dots, \quad x_o^m = k_{m-2} z^{m-1}, \quad (4)$$

$$y_o^2 = lz = (l_1z/y_o)z, \quad y_o^3 = l_1z^2 = (l_2z/y_o)z^2, \quad \dots, \quad y_o^m = l_{m-2} z^{m-1},$$

где k и l находятся из предполагаемого равенства (1):

$$z = (z'd) = (x'd)^p / (z'd)^{m-1} + (y'd)^q / (z'd)^{m-1} = (x')^p d^{p-m+1} / (z')^{m-1} + (y')^q d^{q-m+1} / (z')^{m-1} = k + l$$

Если показатели p и q больше или равны m , тогда числа k и l будут целыми при d , кратном $(z')^{m-1}$ (d может быть очень большим целым числом, кратным также другим калибровочным множителям, выявляемым в методе бесконечного спуска Ферма). Для получения примитивных пифагоровых троек в (2), необходимо провести калибровку (4). Покажем на простом примере, как это можно было бы сделать. Пусть $p, q = m$, тогда:

$$z = (z'd) = (x')^p d / (z')^{m-1} + (y')^q d / (z')^{m-1} = (x')^p d / (z'd) + (y')^q d / (z'd), \text{ где } d \text{ кратно } (z')^{m-2}.$$

Итак, из (2) и (4) получаем равные подобные разбиения z^m на две части:

$$z^m = x^p + y^q = z^{m-2}(x_o^2 + y_o^2) = x^m + y^m, \quad (5)$$

Для простоты записи в (5) обозначения для целых x, y оставлены прежними, хотя показатели p и q могут отличаться от m . Квадратные корни из x^m, y^m являются средними пропорциональными между x_o^2 и z^{m-2} , y_o^2 и z^{m-2} и описывают большой прямоугольный треугольник, определяемый скрытым пифагоровым равенством $z^m = x^m + y^m$, находимым из калибровочных соотношений: $x^m = k z^{m-1}$, $y^m = l z^{m-1}$, где $k = x_o^2/z$, $l = y_o^2/z$. Предполагаемый треугольник подобен треугольнику со сторонами z, x_o, y_o .

Таким образом, уравнение (1) сводится к гипотетическому уравнению с одинаковыми показателями степени:

$$z^m = x^m + y^m, \quad m \geq 3 \quad (6)$$

с целыми $x = x'd, y = y'd, z = z'd$, и целым множителем d , который может быть разложен на произведение простых чисел. Теперь можно приступить к доказательству ВТФ и получить решение гипотезы Биля в полном объеме и единым способом.

Запишем теорему Ферма в ее обычной форме гипотетического равенства:

$$z^n = x^n + y^n, \quad n > 2, \quad x, y, z \text{ — натуральные числа.} \quad (7)$$

Доказательство Обобщенной теоремы Ферма.

Предположим, что по крайней мере одно решение (7) существует. Тогда постараемся построить это решение и убедимся в его невозможности. Будем работать в системе прямоугольных чисел. Для того, чтобы получить степени целых чисел в (7), запишем две цепочки непрерывных пропорций, связанных между собой нормой прямоугольных чисел: $z^2 = x_o^2 + y_o^2$:

$$z/x_o = x_o/k = k/k_1 = \dots = k_{n-3}/k_{n-2}$$

$$z/y_0 = y_0/l = l/l_1 = \dots = l_{n-3}/l_{n-2} \quad (8)$$

где натуральные индексы последних термов каждой цепочки в (8) получаются из $n > 2$.
Непрерывные пропорции в (8) дают следующие формулы:

$$\begin{aligned} z/x_0 &= x_0/k = k/k_1 = \dots = k_{n-3}/k_{n-2} \\ z/y_0 &= y_0/l = l/l_1 = \dots = l_{n-3}/l_{n-2} \\ kz &= x_0^2, k_1z = x_0k, k_2z = x_0k_1, \dots, k_{n-2}z = x_0k_{n-3} \\ lz &= y_0^2, l_1z = y_0l, l_2z = y_0l_1, \dots, l_{n-2}z = y_0l_{n-3} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} x_0^2 &= kz = (k_1z/x_0)z, \quad x_0^3 = k_1z^2 = (k_2z/x_0)z^2, \dots, \quad x_0^n = k_{n-2}z^{n-1} \\ y_0^2 &= lz = (l_1z/y_0)z, \quad y_0^3 = l_1z^2 = (l_2z/y_0)z^2, \dots, \quad y_0^n = l_{n-2}z^{n-1} \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь необходимо зафиксировать норму разбиения z^n на две такие же степени в (7).
Как и в случае гипотезы Биля, предположим, что z, x, y из равенства (7) имеют общий множитель d :

$z = (z'd), x = (x'd), y = (y'd)$, where z', x', y' взаимно простые числа. После этого разделим равенство (7) на z^{n-1} и получим: $z = (z'd) = (x'd)^n / (z'd)^{n-1} + (y'd)^n / (z'd)^{n-1} = k + l$, где k и l целые, если d кратно $(z')^{n-1}$. После этого необходимо провести калибровку квадратов прямоугольных чисел с помощью подходящего d и модифицированных k и l : $k = x_0^2/z$, $l = y_0^2/z$. Отсюда и из (9)-(10) следует, что $z^2 = x_0^2 + y_0^2$ и $z^n = z^{n-2} (x_0^2 + y_0^2)$ как масштабированная модификация нормы $z^2 = x_0^2 + y_0^2$.

Далее можно получить единственное разбиение z^n на три слагаемых из (10) для данной нормы при $n > 2$:

$$z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n \quad (11)$$

где $\lambda_n = z^{n-1} [(k - k_{n-2}) + (l - l_{n-2})]$ – остаток после вычитания x_0^n и y_0^n из z^n , такой, что $\lambda_n > 0$ при $n > 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$, $\lambda_n = 0$ при $n = 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$, $x_0, y_0 \in [0, z]$, $z \in (0, \infty)$.

Таким образом, имеется взаимно однозначное соответствие между каждой парой прямоугольных чисел (x_0, y_0) с нормой $z^2 = x_0^2 + y_0^2$ из 2- мерного арифметического

пространства и каждым соответствующим разбиением любой целой степени с $n > 2$ целого числа z из n -мерного арифметического пространства на сумму таких же степеней чисел x_0, y_0 с остатком λ_n из (11). Изоморфизм (взаимно однозначное соответствие) между множеством точек 2-мерного евклидова пространства с вектором длиной z и координатами x_0, y_0 , множеством разбиений z^2 на квадраты прямоугольных чисел и множеством разбиений (11) для любого целого $n > 2$ может быть записан следующим образом: $\{z \Rightarrow (x_0, y_0)\} \leftrightarrow \{z^2 = x_0^2 + y_0^2\} \leftrightarrow \{z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n\}$,

где множества разбиений получаются из степенных подобий:

$$z \leftrightarrow z^2 \leftrightarrow z^n, x_0 \leftrightarrow x_0^2 \leftrightarrow x_0^n, y_0 \leftrightarrow y_0^2 \leftrightarrow y_0^n.$$

Равенство (11) может быть сведено к норме, из которой оно было получено, тем самым предоставляя возможность для построения (7) из равных подобных разбиений:

$$z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n = z^{n-2} (x_0^2 + y_0^2) = x^n + y^n \quad (12)$$

Формула (12) представляет собой комбинаторное равенство двух разбиений на три и на два терма, вследствие взаимно однозначного соответствия между парами (x_0, y_0) и предполагаемым разбиением (7). Это означает, что разбиение (11) совпадает с разбиением (7), если последнее существует. Для прямоугольных чисел это равенство выполняется только если x_0, y_0 целые. Алгоритм такого соответствия представлен формулой (13). Таким образом, масштабная инвариантность нормы $z^2 = (x_0^2 + y_0^2)$ ведет к равенству между собой различных фрагментов разбиений (12):

$$x_0^n + y_0^n = (x^n \text{ or } y^n) \quad (13)$$

и соответственно $\lambda_n = (y^n \text{ or } x^n)$. Следует отметить, что $x_0^n \neq z^{n-2} \cdot y_0^2 = y^n$ и $y_0^n \neq z^{n-2} \cdot x_0^2 = x^n$ из-за несовпадения разложений на простые множители для чисел x_0^n и y^n , y_0^n и x^n . Очевидно, что $x_0^n \neq z^{n-2} \cdot x_0^2$ и $y_0^n \neq z^{n-2} \cdot y_0^2$. Также можно показать, что x_0 and y_0 не могут быть иррациональными в (13) из-за целого разбиения z^n на x^n и y^n при $n > 2$.

Вернемся теперь к предположению в начале доказательства о том, что целое решение (7) существует. Это предположение обосновано, только если существует конкретное решение (13) в целых числах. Для того, чтобы проверить справедливость (13), необходимо его построить с помощью тех же самых рассуждений, что и раньше, так как уравнения (7) и (13) одинаковы по своим свойствам. Эту процедуру можно выполнять до бесконечности в направлении уменьшения целых чисел при условии, что последовательность уменьшающихся равенств никогда не заканчивается и числа x_0^2 и y_0^2

в (12) всегда будут целыми. Если это было бы не так и числа x_0^2 и y_0^2 в цепочке равенств (13) оказались бы дробями, то значит решение (7) не существует в системе прямоугольных чисел, т.е. x, y, z в (7) не являлись бы целыми, что противоречит изначальной постановке задачи (основание степени z может быть разбито только на целые части по определению с одновременной калибровкой z^2 на сумму целых квадратов x_0^2 и y_0^2). С другой стороны, бесконечная последовательность зацепляющихся равенств (13) ведет к бесконечному уменьшению положительных целых чисел, что невозможно, и следовательно предположение о существовании целого решения (7) при $n > 2$ не является истинным. Таким образом, теорема доказана как для всех четных, так и для всех нечетных степеней целых чисел для любых конечных целых x, y, z, d .

Выводы.

Завершая доказательство Обобщенной теоремы Ферма, нужно сказать несколько слов о методе бесконечного спуска, который следовало бы отнести к метаматематическим методам. Действительно, по мере того, как в доказательстве появляются все меньшие и меньшие равенства (1), в масштабном множителе d обнаруживаются все новые и новые калибровочные факторы, Принципиальная разница здесь состоит в том, что d по определению конечно, хотя и неопределенно велико, а сам бесконечный спуск бесконечен, как следует из его названия. Таким образом, при конечных целых x, y, z, d бесконечный спуск не реализуется. Другими словами, цепочка зацепляющихся равенств (11) не приведет к спрямлению кривой Ферма (7) в целых числах, т.е. при все увеличивающемся линейном члене λ_n в целых числах в (11) доля степеней x_0^n и y_0^n уменьшается, но никогда не исчезает полностью.

Итак, чему нас научила Великая теорема Ферма ? Прежде всего, новой интерпретации целых чисел в общей системе наук и называемой нами квантовым подходом в прикладной и чистой математике. Хотя название «квантовый» пришло из физики, основания квантовой математики коренятся в древних пифагорейских учениях и трудах древнегреческих математиков. Автору данной статьи удалось только прояснить понимание целых чисел как квадратов скрытых в их целостной природе прямоугольных чисел, образующих эффективную систему раскрытия внутренних свойств квантовых объектов. Геометрическое изображение математического кванта дано на Рис.1 (обозначения на рисунке объяснены в тексте статьи и в [3,6,7])

Литература.

1. Ивлиев Ю. А. Реконструкция нативного доказательства Великой теоремы Ферма. Объединенный научный журнал. Ivliev Y. A. Reconstruction of nativus proof of Fermat's Last Theorem. The Integrated Scientific Journal 2006 № 7, 3-9.
2. Ивлиев Ю. А. Великая теорема Ферма и современные математические науки. Научное обозрение 2009 № 2, 53-55.
3. Ивлиев Ю. А. Разгадка феномена Великой теоремы Ферма. Современные наукоёмкие технологии 2010 № 4, 38-45.
4. Ивлиев Ю. А. Ошибочное доказательство Уайлса Великой теоремы Ферма. Фундаментальные исследования 2008 № 3, 13-16.
5. Хинчин А. Я. Великая теорема Ферма. М., Л.: ОНТИ ГТТИ, 1934.
6. Y. A. Ivliev Phenomenological approach to solution of Beal's Conjecture and Fermat's Last Theorem. European Journal of Natural History 2017 № 4, 54-59.
7. Yuri A. Ivliev Solution of Beal's Conjecture in the paradigm of quantum mathematics. Asian Journal of Mathematical Sciences. Jan-Feb 2018 Vol. 2 / Issue 1, 1-5.

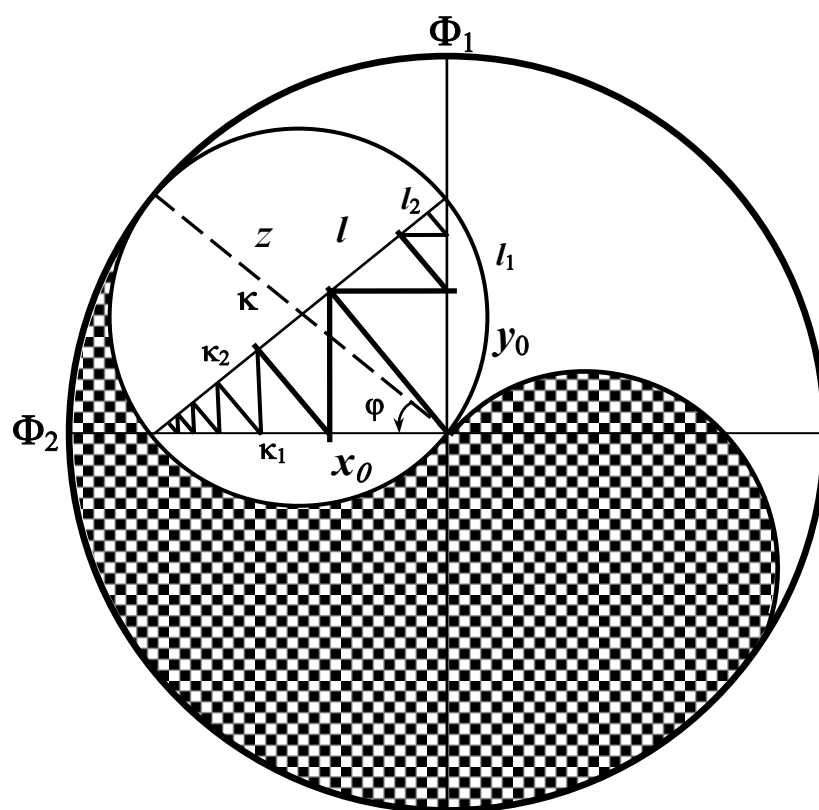


Рис.1