РЕКОНСТРУКЦИЯ НАТИВНОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

© *Ю.А. Ивлиев,*
академик Международной Академии информатизации, д. т. н., профессор

Аннотация

В статье доказывается Великая теорема Ферма методом бесконечного спуска, предложенного впервые Пьером де Ферма. Отмечается, что найденное доказательство носит нативный (природный) характер, не зависящий от субъективного восприятия теоремы и выражающийся через внутреннюю структуру множества целых чисел с неявным частичным отношением порядка.

RECONSTRUCTION OF *NATIVUS* PROOF OF FERMAT'S LAST THEOREM

Y.A. Ivliev

Annotation

Fermat's last theorem is proved by the method of infinite descent suggested for the first time by Pierre de Fermat. It is noted in the article that the found proof has a *nativus* (natural) character not depending on subjective understanding of the theorem and expressing itself through the inner structure of whole numbers' set with implicit partial order.

«Армянское радио» спрашивают:
– Как доказать Великую теорему Ферма?
«Армянское радио» отвечает:
– Надо перевести ее на малоизвестный язык и дать свою трактовку.
– Вы в этом уверены?
– Сто пудов, никто из оппонентов не сможет доказать, что вы неправы.

Из фольклора.

Введение

Эпиграф к данной статье взят не случайно: он точно отражает ситуацию, сложившуюся вокруг математической проблемы, известной как Великая (или Последняя) теорема Ферма. Читателю, не знакомому с ней, можно порекомендовать статью [1] и ряд других работ, приведенных ниже в библиографических ссылках. Анекдотичность указанной ситуации состоит в том, что в одинаковом положении оказались как высокие профессионалы в математике, так и простые любители математических курьезов, каждые по-своему стремящиеся разрешить эту многовековую проблему: и те, и другие всё дальше и дальше отдалялись от изначальной простоты самой теоремы, и возможности диалога между ними были практически исключены.

Поэтому, когда появились сообщения о том, что, наконец-то, профессиональные математики добились успеха (см., например, [2]), мало кто, кроме клакеров, поверил этому, потому что проверить истинность рассуждений в области последних достижений алгебраической геометрии проблематично из-за специфич-

ности применяемого математического аппарата. Кроме того, доказательство теоремы Ферма получалось не прямое, а опосредованное, т.е. доказывалась не сама эта теорема в своей первоначальной формулировке в области целых чисел, а ряд других теорем из других областей математики, в результате чего видоизмененная «теорема Ферма» оказывалась их следствием, не имеющим своего самостоятельного значения и не требующим своего особого доказательства [3]. После такого замысловатого перевода на сложный математический язык многим любителям научных мифов стало казаться, что автор теоремы Пьер де Ферма (1601-1665) либо пошутил, либо заблуждался относительно своих способностей доказать свое оригинальное утверждение.

Итак, мы подошли к самой сути настоящего исследования. Основываясь на собственных работах [4-5] и дошедших до нас исторических материалах касательно творчества Пьера де Ферма (см., например, [6]), автор данной статьи утверждает, что он действительно мог, рассматривая задачу Пифагора для натуральных чисел, увидеть ее обобщение в виде неопределенного уравнения:

$$z^n = x^n + y^n \qquad (1)$$

для случая произвольных целых степеней $n>2$. Чтобы понять, как это произошло, сделаем небольшой культурологический экскурс в эпоху, когда принятой ныне математической символики (даже на школьном уровне) еще не существовало.

Древних математиков (а Пьер де Ферма был их гениальным учеником) интересовала, прежде всего, природа вещей, постигаемая ими в образах натуральных чисел и геометрических фигур. Таким образом, целью и основной задачей их творчества было не решение математических задач самих по себе, а нахождение природных закономерностей, выраженных с помощью чисел. Это как в физике и других естественных науках: наблюдатель замечает какую-либо закономерность в явлении и старается выразить ее математическими средствами. Так вот, одну из таких закономерностей и подметил Пьер де Ферма, охватив всю возможность ее доказательства в одном мгновении инсайта. Об этом, собственно, он и написал на полях 2-ой книги переведенных на латинский язык сочинений Диофанта Александрийского, употребив, кстати, слово «демонстрация» [7], а не привычное нам слово «доказательство». Однако, чтобы изобразить эту демонстрацию на бумаге, ему не хватило бы и всех томов «Арифметики» Диофанта, учитывая что многие математические соотношения записывались им словами и пояснялись простыми геометрическими образами (прямоугольными треугольниками и квадратами) [8], так что вряд ли у кого-либо нашлось бы терпение выдержать этот марафон доказательства до конца.

К счастью для наших современников, разработанная за три с лишним столетия общепринятая математическая символика позволяет сильно сократить логическую цепочку рассуждений. Излагаемое ниже доказательство названо нативным (от латинского слова nativus, что значит «врожденный») по причине его естественного происхождения, не зависящего от умственных способностей каких-либо людей. Такое доказательство не смог бы придумать ни сам Ферма, ни кто-либо еще, и поэтому его нельзя назвать оригинальным, или принадлежащим какому-либо автору (в некоторых восточных культурах подобный способ познания поэтически характеризуется так: «что вижу, о том и пою»). По-видимому, в этом и состоит коренное отличие подходов чистой математики и прикладной науки к решению данной проблемы.

Предварительные рассуждения

Чтобы не попасть в ловушку, обозначенную эпиграфом к данной статье, сразу же отметим, что мы не будем выходить из круга тех понятий, которые были доступны пониманию самого Ферма. Даже в тех случаях, когда мы будем применять современную символику и необходимые расширения области целых чисел, это будет всегда соответствовать знаниям древних авторов об иррациональности квадратных корней из простых чисел и возможностям иллюстрации числовых соотношений с помощью геометрических построений.

Представим себя на месте Ферма, решающего задачу Пифагора о нахождении всех прямоугольных треугольников с целочисленными катетами и целочисленными гипотену-

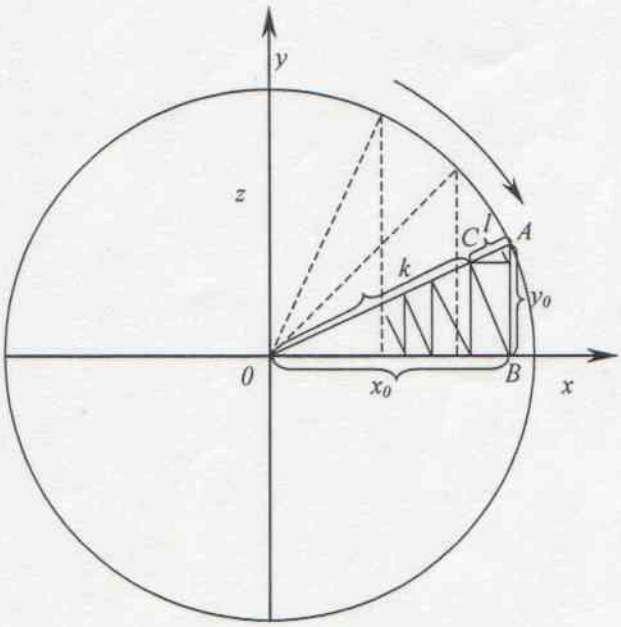

Рис. 1.

зами. Естественно, что ученый такого масштаба, как Ферма, мог решать эту задачу интегрально, т.е. используя в полной мере всю широту и остроту своего научного восприятия. Назовем его индивидуальный подход «фермаскопом». Попытаемся изобразить «фермаскоп» на чертеже.

На рис. 1 можно увидеть мысленным взором все возможные структуры прямоугольных треугольников со сторонами x_0 и y_0, расположенными вдоль осей x и y, и гипотенузой z, нормированной при желании на единицу и равной радиусу круга, в одном из квадрантов которого строятся все прямоугольные треугольники. Для этого гипотенуза z, как радиус-вектор круга (рис. 1), непрерывно смещается из положения $z = y_0$ через промежуточные положения $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, где x и y – переменные, в положение $z = x_0$.

Чтобы доказать теорему Пифагора («пифагоровы штаны на две стороны равны»), надо всего лишь применить метод средних пропорциональных Евклида к любому из бесконечного множества треугольников АОВ, в которых ВС⊥АО, АВ $= y_0$, ВО $= x_0$, АО $= z$, АС $= l$, СО $= k$:

$$\frac{z}{x_0} = \frac{x_0}{k}; \frac{z}{y_0} = \frac{y_0}{l} \qquad (2)$$

Откуда, в частности, для целых z, x_0, y_0 получаем:

$$z^2 = x_0^2 + y_0^2, \qquad (3)$$

где $x_0^2 = kz$, $y_0^2 = lz$, k и l – такие рациональные числа, что $k + l = z$.

Но метод средних пропорциональных позволяет найти и все высшие степени чисел x_0 и y_0. Геометрически им соответствуют отрезки, получаемые опусканием перпендикуляров на обе стороны угла при гипотенузе. Будем обозначать эти отрезки k_m для сторон угла между катетом x_0 и гипотенузой z и l_m для сторон угла между катетом y_0 и гипотенузой z, где m – индекс, изображаемый натуральным числом. Итак, приходим к следующим цепочкам равенств для вычисления степеней x^n_0 и y^n_0 при целых $n > 2$:

$$\frac{z}{x_0} = \frac{x_0}{k} = \frac{k}{k_1} = \ldots = \frac{k_{n-3}}{k_{n-2}}, \quad \frac{z}{y_0} = \frac{y_0}{l} = \frac{l}{l_1} = \ldots = \frac{l_{n-3}}{l_{n-2}} \qquad (4)$$

$$kz = x_0^2,\ k_1 z = x_0 k,\ k_2 z = x_0 k_1,\ \ldots,\ k_{n-2} z = x_0 k_{n-3}$$
$$lz = y_0^2,\ l_1 z = y_0 l,\ l_2 z = y_0 l_1,\ \ldots,\ l_{n-2} z = y_0 l_{n-3} \qquad (5)$$

$$x_0^2 = kz = \left(\frac{k_1 z}{x_0}\right) z,\ x_0^3 = k_1 z^2 = \left(\frac{k_2 z}{x_0}\right) z^2, \ldots,\ x_0^n = k_{n-2} z^{n-1}$$
$$y_0^2 = lz = \left(\frac{l_1 z}{y_0}\right) z,\ y_0^3 = l_1 z^2 = \left(\frac{l_2 z}{y_0}\right) z^2, \ldots,\ y_0^n = l_{n-2} z^{n-1} \qquad (6)$$

В итоге получаем универсальное равенство в действительных числах, показывающее, что любые одинаковые целые степени катетов какого-либо прямоугольного треугольника в сумме всегда меньше такой же степени его гипотенузы при $n > 2$:

$$z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n \qquad (7)$$

где $\lambda_n = z^{n-1}[(k - k_{n-2}) + (l - l_{n-2})]$ – неотрицательное действительное число, такое, что $\lambda_n > 0$, когда $n > 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$; $\lambda_n = 0$, когда $n = 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$; $x_0, y_0 \in [0, z]$, $z \in]0, \infty[$.

Реабилитация великой теоремы

Опираясь на предыдущие рассуждения и выкладки (2) – (7), сформулируем следующую лемму.

Лемма. *Каждой паре чисел (x_0, y_0) из одного полуквадранта 2-мерного координатного пространства множества неотрицательных действительных чисел с нормой $z = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ соответствует одно единственное разбиение любой целой степени $n>2$ числа z из n-мерного координатного пространства множества неотрицательных действительных чисел на сумму таких же степеней чисел x_0, y_0 с остатком λ_n.*

Доказательство леммы очевидно, поскольку существует взаимно однозначное соответствие множеств точек 2-мерного евклидова пространства с радиусами-векторами длиной z, множеств разбиений z^2 на квадраты и множеств разбиений (7):

$$\{z \Rightarrow (x_0, y_0)\} \leftrightarrow \{z^2 = x_0^2 + y_0^2\} \leftrightarrow \{z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n\} \quad (8)$$

благодаря степенным подобиям:

$$z \leftrightarrow z^2 \leftrightarrow z^n, \; x_0 \leftrightarrow x_0^2 \leftrightarrow x_0^n, \; y_0 \leftrightarrow y_0^2 \leftrightarrow y_0^n.$$

Указанный изоморфизм повторяется для симметричных пар чисел (y_0, x_0) из смежного полуквадранта. Ограничимся следующей областью изменения чисел: $x_0 \in [x_0^{\min}, z]$, $y_0 \in [y_0^{\max}, 0]$, где координаты $x_0^{\min} = y_0^{\max}$ описывают положение гипотенузы z при $\angle AOB = 45°$. Это нужно для того, чтобы при сравнении между собой различных разбиений (7) не было перепутывания зеркально симметричных прямоугольных треугольников. Таким образом, если рассматривать разбиения (7) непрерывным образом, как функционал от переменных x и y (при смещении т. С из центра гипотенузы в направлении к т. А на рис. 1), то функция x^n на отрезке $[x_0^{\min}, z]$ строго монотонно возрастает, функция y^n на отрезке $[y_0^{\max}, 0]$ строго монотонно убывает и разность $\lambda_n = z^n - x^n - y^n$ строго убывает от $\lambda_n^{\max}$ до 0. Следовательно, каждое конкретное разбиение (7) на сумму трех чисел x_0^n, y_0^n, λ_n отличается от всех других разбиений (7) своими неповторяющимися значениями.

Теперь, прежде чем перейти к непосредственному доказательству теоремы Ферма, выделим из рассмотренной выше структуры степенных подобий действительных чисел удобную для счета инфраструктуру чисел, являющихся счетным множеством. Для этого воспользуемся теоремой Пифагора (3) таким образом, чтобы переход к каждому новому разбиению (3) осуществлялся ровно на 1, и, следовательно, в поле нашего зрения останутся только разбиения (3) с целыми числами x_0^2, y_0^2. Например, для какого-либо целого z^2 имеем ряд различных разбиений:

$$z^2 = x_{0_1}^2 + y_{0_1}^2 = x_{0_2}^2 + y_{0_2}^2 = x_{0_3}^2 + y_{0_3}^2 = \ldots ,$$

где $x_{0_2}^2 = x_{0_1}^2 + 1$, $y_{0_2}^2 = y_{0_1}^2 - 1$, $x_{0_3}^2 = x_{0_2}^2 + 1$, $y_{0_3}^2 = y_{0_2}^2 - 1$ и т.д., пока перпендикуляр ВС на рис. 1 не пройдет все z^2 разбиений с шагом, равным 1. Генераторами таких разбиений являются действительные числа, которые мы назовем прямоугольно-треугольными (вкратце: прямоугольными).

Определение. *Прямоугольно-треугольное число – это такое неотрицательное действительное число, квадрат которого есть неотрицательное целое число.*

Будем обозначать прямоугольные числа значком тильда над числом. Например, $\tilde{z} = \sqrt{17}$, $\tilde{z}^2 = 17$. Множество прямоугольных чисел $\mathbf{P}=\{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \ldots\}$ счетно. Система прямоугольных чисел $\mathbb{P}=\langle \mathbf{P}, +, \cdot, 0, 1 \rangle$ определяется операциями сложения и умножения и двумя выделенными элементами (нулем и единицей). Относительно сложения система $\mathbb{P}$ незамкнута.

Итак, будем строить разбиения вида (7) на решетке прямоугольных чисел с координатами $\tilde{x}_0, \tilde{y}_0$ из полуквадранта $[0, \pi/4]$ рис.1 и с нормой $\tilde{z}^2 = \tilde{x}_0{}^2 + \tilde{y}_0{}^2$, различающейся по своим квадратным фрагментам и являющейся разбиением числа $\tilde{z}^2$ на слагаемые из неотрицательных целых чисел. Норму действительных чисел $\tilde{z} = \sqrt{\tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2}$ назовем модулем прямоугольного числа $\tilde{z}$. Минимальная (ненулевая) норма (эталон) прямоугольного числа равна 1, которая является также и его минимальным модулем (мерой).

Согласно ***Лемме***, для прямоугольных чисел можно записать цепочку взаимно однозначных соответствий аналогично (8):

$$\{\tilde{z} \Rightarrow (\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)\} \leftrightarrow \{\tilde{z}^2 = \tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2\} \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \{\tilde{z}^n = \tilde{x}_0^n + \tilde{y}_0^n + \lambda_n\} \quad (9)$$

Однако, в отличие от цепочки множеств в (8), которые несчетны, множества (9) счетны, и это очень важное обстоятельство будет использовано в доказательстве теоремы Ферма.

Великая теорема Ферма. *Всегда для положительных целых чисел z, x, y и натурального $n > 2$:* $z^n \neq x^n + y^n$.

Доказательство. Рассматривая гипотетическое разбиение целых степеней целых чисел на сумму таких же степеней других целых чисел в (1), замечаем, что такое разбиение было бы частным случаем разбиения (7), записанного в прямоугольных числах. Действительно, объединив какие-либо два слагаемых в (7), мы получили бы разбиение, которое можно было бы сравнивать с (1) и тем самым установить возможность существования числового равенства (1) в конечном ряду счетного множества прямоугольных разбиений (7) для данного z.

Предположим, что нашлась такая тройка целых чисел z, x, y, для которой выполняется равенство (1) (назовем ее тройкой Ферма). Допустим, что нам попалась примитивная тройка Ферма, такая, что $(z')^n=(x')^n+(y')^n$, где z', x', y' – взаимно простые числа. Но тогда существует и подобная ей тройка Ферма с наибольшим общим делителем d, такая, что $z^n=x^n+y^n$, где $z=(z'd)$, $x=(x'd)$, $y=(y'd)$. Разделим равенство (1) для этой «большой» тройки Ферма на z^{n-2} и получим:

$$(z'd)^2 = \frac{(x'd)^n}{(z'd)^{n-2}} + \frac{(y'd)^n}{(z'd)^{n-2}} =$$

$$= \frac{(x')^n d^2}{(z')^{n-2}} + \frac{(y')^n d^2}{(z')^{n-2}} = (x'_0)^2 d^2 + (y'_0)^2 d^2,$$

где $(x'_0)^2 = \frac{(x')^n}{(z')^{n-2}}$ и $(y'_0)^2 = \frac{(y')^n}{(z')^{n-2}}$ – рациональные числа. Подбирая d соответствующим образом, например, полагая, что $d = (z')^{n-2}$, получим, что $(x'_0)^2 d^2$ и $(y'_0)^2 d^2$ – целые (вообще говоря, d можно выбрать очень большим, состоящим не только из чисел z', но и из других целых чисел). Значит, все тройки Ферма, если они существуют, могут быть найдены и соответствующие им разбиения построены на множестве прямоугольных чисел со сколь угодно большими общими делителями масштабно преобразованных троек Ферма, а равенство (1) в целых числах представлено прямоугольными разбиениями вида:

$$z^n = x^n + y^n = z^{n-2} \cdot \left(\tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2\right) \qquad (10)$$

в которых x^n и y^n делятся нацело на z^{n-2}, т.е. z, $\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^2$ – целые.

Кроме того, равенство (1) для масштабно преобразованной гипотетической тройки Ферма представляет собой прямоугольное разбиение (7), записанное в неявной форме (1). Действительно, согласно ***Лемме*** и (9), разбиения числа z^n на такие же степени других прямоугольных чисел с остатком λ_n строятся единственным образом из разбиений z^2 на квадраты прямоугольных чисел. Все эти разбиения z^n на n-ые степени можно пронумеровать от 1 до z^2 (т.е. осуществить перебор всех возможных пар n-ых степеней, содержащихся в z^n) и указать место разбиения, для которого

$$z^n = x^n + y^n = \tilde{x}_0^n + \tilde{y}_0^n + \lambda_n = z^{n-2} \cdot \left(\tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2\right) \qquad (11)$$

Уникальность разбиений (11) состоит в том, что в них имеется не только изоморфизм единственного разбиения на квадраты и единственного разбиения на высшие степени с конкретным n, но и равенство этих разбиений по факту предполагаемого существования конкретной тройки Ферма. Действительно, рассматривая (1) как одно из прямоугольных разбиений (7) и как прямоугольное разбиение (10), находим, что это одно и то же разбиение по модулю 1 (фрагменты разных разбиений равны друг другу как целые числа) и по степенному подобию с нормой $z^2 = \tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2$ (это можно интерпретировать, как комбинаторное равенство объемов n-мерных кубов объемам n-мерных параллелепипедов с общими квадратными основаниями $\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^2$). Другими словами, в системе счета прямоугольных чисел с двумя основаниями $\tilde{x}_0$ и $\tilde{y}_0$ можно построить только единственное прямоугольное разбиение z^n на такие же степени других чисел в виде (7), и это разбиение равно разбиению (1) с той же нормой, что и в (10), т.е. они сравнимы по норме. Если бы это было не так, т.е. в

данной системе счета невозможно было бы получить равенство (1), то это противоречило бы самому факту его предполагаемого существования (см. (10)).

Кстати, в системе действительных чисел из-за отсутствия единого минимального эталона сравнения чисел, вследствие несчётности их множества, указанный выше путь доказательства был бы неправомерен. Действительно, разбиениям (11) нельзя было бы тогда приписать одинаковый номер, и, следовательно, априори утверждать их равенство без общего эталона сравнения было бы неверно.

Проведем теперь идентификацию различных фрагментов разбиения (11). Поскольку $\tilde{x}_0^n \neq z^{n-2}\cdot\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^n \neq z^{n-2}\cdot\tilde{y}_0^2$, то равенство разбиений друг другу выполняется, только если:

$$\tilde{x}_0^n + \tilde{y}_0^n = \left(x^n \text{ или } y^n\right) \qquad (12)$$

и соответственно $\lambda_n = (y^n$ или $x^n)$. Отметим также, что $\tilde{x}_0^n \neq z^{n-2}\cdot\tilde{y}_0^2 = y^n$ и $\tilde{y}_0^n \neq z^{n-2}\cdot\tilde{x}_0^2 = x^n$ из-за несовпадения разложений на простые сомножители для чисел $\tilde{x}_0^n$ и y^n, $\tilde{y}_0^n$ и x^n.

Покажем теперь, что $\tilde{x}_0$ и $\tilde{y}_0$ не могут быть иррациональными в (12) из-за целочисленного разбиения z^n на x^n и y^n. Здесь могут встретиться два случая: когда n – число нечетное (обозначим его $\nu = n_{нечет} \geq 3$) и когда n – число четное (обозначим его $\mu = n_{чет} \geq 4$).

Рассмотрим сначала первый случай. Пусть $\tilde{x}_0^\nu + \tilde{y}_0^\nu = c$, где c – положительное целое число, равное x^n или y^n согласно (12). Перепишем это равенство в виде: $\tilde{x}_0\cdot\tilde{x}_0^{\nu-1} + \tilde{y}_0\cdot\tilde{y}_0^{\nu-1} = c$, где $(\nu-1)$ – четная степень числа $\tilde{x}_0$ или $\tilde{y}_0$. Обозначим $\tilde{x}_0^{\nu-1} = a$, $\tilde{y}_0^{\nu-1} = b$; a и b – целые, так как $\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^2$ – целые. Используя эти обозначения, получим: $a\tilde{x}_0 + b\tilde{y}_0 = c$ или $\frac{a}{b}\tilde{x}_0 = \frac{c}{b} - \tilde{y}_0$. Возведя последнее равенство в квадрат: $\frac{a^2}{b^2}\tilde{x}_0^2 = \frac{c^2}{b^2} - 2\frac{c}{b}\tilde{y}_0 + \tilde{y}_0^2$, убедимся, что и $\tilde{x}_0$, и $\tilde{y}_0$ не могут быть иррациональными.

Рассмотрим второй случай, когда $n = \mu$. Действительно, с одной стороны, существует пифагорова тройка чисел x^m, y^m, z^m, где показатель $m = \frac{\mu}{2}$, такая, что $(z^m)^2=(x^m)^2+(y^m)^2$. С другой стороны, исходное равенство можно переписать в виде $z^\mu = z^{\mu-2}\cdot\left(\tilde{x}_0^2 + \tilde{y}_0^2\right)$, поэтому указанной тройке чисел соответствует тройка $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$, z, описывающая подобный прямоугольный треугольник. Следовательно,

$$\frac{z^m}{x^m} = \frac{z}{\tilde{x}_0}, \qquad \frac{z^m}{y^m} = \frac{z}{\tilde{y}_0}, \qquad x^m = \tilde{x}_0\cdot z^{m-1},$$

$y^m = \tilde{y}_0\cdot z^{m-1}$ и, значит, $\tilde{x}_0$ и $\tilde{y}_0$ не являются иррациональными.

Итак, в результате проведенных выше вычислений обнаружилось, что равенство (12) состоит из целых чисел, причем тройка этих чисел при данном $n>2$, например, $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$, x, не является той же самой по величине, что и тройка x, y, z, из которой она получена, так как $\frac{\tilde{x}_0}{\tilde{y}_0} \neq \frac{x}{y}$, что вытекает из равенств:

$$\frac{\tilde{x}_0^2}{\tilde{y}_0^2} = \frac{x^n}{y^n} = \frac{x^2}{y^2}\cdot\frac{x^{n-2}}{y^{n-2}}.$$

Следовательно, равенство (12), приведенное к виду (10), описывает другой прямоугольный треугольник, отличный от того, который определен пифагоровой тройкой $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$, z.

Вернемся к предположению в начале доказательства о том, что решение уравнения (1) в целых числах существует. Оно обосновано только в том случае, если имеется конкретное решение (12) в целых числах. Чтобы проверить справедливость (12), нужно проделать те же самые рассуждения, что и раньше, ибо уравнения (1) и (12) идентичны по своим свойствам. Эту процедуру можно продолжать до бесконечности в сторону уменьшения целых чисел при условии, что последовательность зацепляющихся равенств не оборвется, т.е. всегда будут получаться целые $\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^2$. Если это не произойдет, т.е. если какие-либо $\tilde{x}_0^2$ и

$\tilde{y}_0^2$ в цепочке равенств (12) окажутся рациональными нецелыми, то это означает, что решения уравнения (1) в системе прямоугольных чисел не существует. Действительно, так как все разбиения типа (11) изначально строятся исключительно на множестве квадратов прямоугольных чисел, являющихся фактически целыми номерами конечного ряда разбиений, то нецелые $\tilde{x}_0^2$ и $\tilde{y}_0^2$ показывают беспредметность такой процедуры, т.е. отсутствие целочисленного решения уравнения (1), или нуль решений. С другой стороны, бесконечная последовательность зацепляющихся равенств (12) приводит к бесконечному уменьшению положительных целых чисел, что невозможно, и, значит, предположение о существовании (1) в целых числах при $n > 2$ неверно.

Итак, теорема доказана как для всех четных, так и для всех нечетных степеней целых чисел.

Заключение

Подводя итоги проведенного исследования, следует, прежде всего, сказать, что плодотворная жизнь Великой теоремы Ферма только начинается: за внешне простой формулировкой теоремы лежит удивительная внутренняя структура целых чисел с весьма богатым и еще не раскрытым до конца содержанием. Оказалось, что прямоугольные и натуральные числа связаны между собой не только формальным образом, как множество и его подмножество среди действительных чисел, но их взаимоотношения определяются еще скрытым порядком, лежащим в основе их свойств. Это очень напоминает необычный мир квантовых физических объектов, служащих единицами натурального счета. Впервые автор данной работы обратил на это внимание в своих первых публикациях по теореме Ферма [1, 5]. Развивая эту мысль дальше, можно предвидеть существенное развитие нового направления вычислительной математики – квантовой информатики, призванной ответить на многие нерешенные вопросы квантового подхода в науке.

Таким образом, Великая теорема Ферма, как и указывает ее историческое название, должна иметь и великие последствия в изменении научной картины мира. Остается только сожалеть, что глубокий внутренний смысл теоремы оказался не замеченным элитной математикой. В борьбе с любителями, осаждавшими математические институты и журналы, официальная математика одержала бесславную пиррову победу: еще одна такая победа корпоративных интересов, и можно будет говорить об окончательном распаде математической науки на две независимые ветви – умозрительную (иллюзорную) и прикладную (естественную). Влияние такого распада ощущается уже сегодня на примере современной теоретической физики, заблудившейся в искусственных математических построениях.

В заключение, однако, хочется выразить восхищение гением Пьера де Ферма, «верного наблюдателя природы», по выражению И.В. Гете, и короля любителей математики, по определению Е.Т. Белла [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивлиев Ю.А.* Великая теорема Ферма – ключ к науке XXI века? – в альманахе «Безумные идеи», М.: НПК «Безумные идеи», 1990. с.7-11.
2. *Волошинов А.В.* Пифагор: союз истины, добра и красоты. М.: Просвещение, 1993. с.127-128.
3. *Wiles A.* Modular elliptic curves and Fermat's last theorem – Annals of Mathematics, 1995, v.141 p.443-551.
4. *Ивлиев Ю.А.* Арифметическое доказательство Великой теоремы Ферма, М.: АНМ, МПГУ им. В.И. Ленина, 1993.
5. *Ивлиев Ю.А.* Великая теорема Ферма с точки зрения физика (о некоторых квантово-полевых моделях счета) – в ж. Сверхпроводимость: исследования и разработки, 1995 №5-6, с.5-16.
6. *Ферма П.* Исследования по теории чисел и диофантову анализу. Перевод текстов и комментарии под ред. И.Г. Башмаковой, М.: Наука, 1992.
7. *Крафт Х.* Алгебраические кривые и диофантовы уравнения – в кн. «Живые числа», М.: Мир, 1985, с.87-104.
8. *Никифоровский В.А., Фрейман Л.С.* Рождение новой математики, М.: Наука, 1976, с.94-133.
9. *Bell E.T.* Men of Mathematics, N.Y., 1937.

Поступила в редакцию 06.04.2006.