

История и методология математики

Ивлиев Ю.А., доктор психологических наук, кандидат физико-математических наук, академик Международной академии информатизации

**ВЕЛИЧАЙШАЯ НАУЧНАЯ АФЕРА ХХ ВЕКА:
«ДОКАЗАТЕЛЬСТВО» ПОСЛЕДНЕЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА**

Аннотация

В работе документально рассказывается, как современная наука пропустила величайшую аферу ХХ века в математике. Величайшим научным достижением было объявлено «доказательство» Последней теоремы Ферма, несущее в себе принципиальную логико-математическую ошибку. Хотя эта ошибка может быть вскрыта элементарными средствами, однако ее широкое обсуждение блокируется корпоративной наукой, претендующей на роль истины в последней инстанции. Работа адресована всем тем, кто хочет независимым образом разобраться в «деле Ферма» и освободиться от жесткого математического гипноза, для которого не существует ни национальных, ни государственных границ.

**THE GREATEST SCIENTIFIC SWINDLE OF THE XX-TH CENTURY:
THE “PROOF” OF FERMAT’S LAST THEOREM**

Ivliev Y.A.

Annotation

The work tells documentarily how the modern science allowed the greatest swindle of the XX-th century in mathematics. The “proof” of Fermat’s last theorem containing a principal logical mathematical error was declared the greatest scientific achievement. Although this error can be exposed with elementary means but its widespread discussion is blocked by corporative science pretending to the role of truth in the highest instance. The work addresses all those who wants to investigate “Fermat’s case” independently and to free oneself from hard mathematical hypnotism, for which there are neither national nor state borders.

План статьи:

1. Краткая история вопроса:
 - а) История сенсации.
 - б) Хронология Последней теоремы Ферма.
2. Профессионалы и любители в борьбе за доказательство Последней теоремы Ферма:
 - а) Поиски «Святого Грааля» математики.
 - б) Реконструкция изначального доказательства П.Ферма.
3. «Новое платье короля», или как избавиться от математического гипноза профессиональных математиков.
4. Кто виноват и что делать ?
5. Код Великой теоремы Ферма и наука XXI века.
6. Литература.

1. Краткая история вопроса

О Великой (или, как ее чаще называют на Западе, Последней) теореме Ферма не слыхал, пожалуй, только лишь ленивый. Великая теорема Ферма – это математическое утверждение, сформулированное великим французским любителем математики Пьером де Ферма (1601–1665) на полях одной из книг Диофанта Александрийского под общим названием «Арифметика» [1]. Теоремой это утверждение было названо потому, что сам Ферма недвусмысленно высказался об имеющемся у него доказательстве следующей математической истины: две целые степени положительных целых чисел с одним и тем же целым показателем степени, большим двух, не могут в сумме составить другой целой степени с таким же целым показателем. Это утверждение разительно отличалось от широко известной теоремы Пифагора, не запрещающей составлять суммы двух квадратов целых чисел, равных другому квадрату какого-либо целого числа.

Дальнейшие события показали, что, несмотря на значительные усилия как профессионалов-математиков, так и любителей, найти изначальное доказательство П.Ферма или получить независимое новое доказательство не удавалось вплоть до конца XX века.

а) История сенсации

И вот грянула сенсация [2], о которой писали почти все СМИ и масштабы и последствия которой трудно было себе представить, поскольку сразу же были задействованы для глобального оповещения выходящие в тот период времени справочники и энциклопедии. Чтобы не быть голословным, процитирую «Энциклопедию для детей» издательства «Аванта+» за 1998 год, подготовленную авторитетной научной редакцией [3]:

«Конец ХХ в. ознаменовался для математиков настоящей сенсацией: попытки доказать великую теорему Ферма наконец-то увенчались успехом! Летом 1995 г. в одном из ведущих математических журналов – «Анналы математики» – было опубликовано полное доказательство теоремы... Основная часть доказательства принадлежала 42-летнему английскому математику Эндрю Уайлсу, профессору Принстонского университета (США)... первоначальное доказательство Уайлса изложил 23 июня 1993 г. в цикле лекций, прочитанных им в Институте математических наук имени Исаака Ньютона в Кембридже... через несколько месяцев... обнаружили в работе Уайлса пробелы... Уайлс принял исправлять доказательство. Прошел почти год, и в августе 1994-го он был приглашен на очередной Международный математический конгресс в Цюрихе. Математический мир с нетерпением ждал его доклада. Уайлс, конечно же, хотел завершить доказательство к моменту своего выступления, но не успевал. Коллеги видели, как даже перед самым докладом он продолжал работать, сидя на ступеньках рядом с аудиторией. И когда, поднявшись на кафедру, Уайлс сообщил замершему в ожидании залу, что пока он не обладает полным доказательством, ему дружно зааплодировали.

Однако уже 19 сентября 1994 г., всего через месяц после конгресса, Уайлса, по его словам, озарила ключевая идея, которая и позволила ему (вместе с приглашенным к сотрудничеству Тейлором) восполнить наконец имевшийся пробел. На этот раз доказательство выдержало все самые скрупулезные проверки и было опубликовано. Так завершилась 350-летняя история доказательства великой теоремы.

А могло ли доказательство самого Ферма (если такое существовало) быть аналогично уайлсовскому? Вот мнение Уайлса на этот счет: «Ферма не мог располагать таким доказательством. Это доказательство двадцатого века»... Вклад в доказательство теоремы Ферма внесли несколько математиков, но точку поставил в 1995 г. английский ученый Эндрю Уайлс. Доказательство Уайлса чрезвычайно сложное. Оно сводится к решению одной задачи об эллиптических кривых, т.е. алгебраических кривых третьей степени».

Сенсация не ограничилась только газетными и журнальными сообщениями или сообщениями информационно-справочного характера. Сразу же стали появляться научные статьи и научно-популярные издания, восторженно рекламирующие доказательство Уайлса как величайшее достижение науки XX века.

Наряду со скороспельными панегириками, стали появляться книги, красочно описывающие различные психологические моменты научной сенсации, но недостаточно глубокие, чтобы помочь читателю разобраться в существе проблемы. Одной из таких книг, справедливо завоевавшей симпатии самой широкой аудитории, явилась книга С. Сингха [4], в которой автор по простоте душевной выложил все как на духу относительно внутренней «кухни» математической элиты, готовившей блюдо под названием «полное и окончательное доказательство Последней теоремы Ферма».

В дальнейшем будут ясны мотивы этой беспрецедентной за всю историю человечества акции, которую трудно даже классифицировать в существующих юридических терминах. Об этом речь пойдет ниже, а пока займемся скрупулезным собиранием фактов, прежде чем дать объективную оценку перед судом научной общественности. Кстати говоря, такой подход был не чужд самому Ферма, по роду службы занимавшему пост советника следственной палаты Тулузского парламента. Итак, приведем несколько выдержек из книги [4], показывающих неуемное тщеславие и зазнайство класса математиков, считающих себя умнее всех на свете (это, конечно, не относится к любым конкретным математикам, не принадлежащим к данному классу):

«Математика в большей степени, чем какая-нибудь другая научная дисциплина, лишена субъективности». Все как раз наоборот, именно главенствующая субъективность кого-либо из авторитетных математиков или группы математиков приводит к самым неприглядным фактам в истории этой науки: здесь и грубые ошибки математических корифеев, и выбор неверных направлений исследования, заводящих науку в тупик, и, наконец, преступное замалчивание великих открытий своих коллег (вспомним хотя бы Эвариста Галуа, «не понятого» при жизни Французской Академией наук [5]).

А вот мнение научного руководителя Уайлса Джона Коутса, взятое из книги [4]: *«Для математиков окончательный вариант доказательства эквивалентен по своему значению расщеплению атома или открытию структуры ДНК. Доказательство Последней теоремы Ферма представляет собой великий триумф человеческого интеллекта, и не следует упускать из виду, что оно единомах совершило переворот в теории чисел».* Или еще один пассаж из той же книги [4]: *«...газеты всего земного шара называли Уайлса самым блестящим математиком на Земле, и специалисты теории чисел после 350 лет разочарования уверовали в то, что им удалось, наконец, одержать верх над Пьером де Ферма».* Итак, специалисты по теории чисел уверовали в свою победу над Ферма ! Оказывается, их многолетние усилия не были чистым плодом сугубо научного поиска, а вдохновлялись жаждой реванша над любителем математики, поставившим математиков-профессионалов в тупик своей знаменитой проблемой. Как мы увидим дальше, такая субъективность профессионалов сыграла с ними злую шутку, полностью затмив их разум и заставив прибегнуть к силовому (и отнюдь не интеллектуальному) экстрему.

А пока еще один отрывок из книги [4], по-детски наивно описывающей рассматриваемую сенсацию: *«В случае доказательства Последней теоремы Ферма, представленного Уайлсом, менее 10% специалистов по теории чисел полностью понимали его рассуждения, но все 100% сочли, что доказательство правильное. Те, кто не смог до конца понять все тонкости доказательства, приняли его потому, что доказательство признали другие – те, кто все понял, шаг за шагом проследил весь ход доказательства и проверил каждую деталь».*

Оказывается, вот к чему мы пришли: существует математическая элита, которая все знает, ну что-то вроде жрецов математической религии, а остальные люди должны им верить на

слово. Да это же мечта всех узурпаторов мира – быть непререкаемым авторитетом благодаря силе своего гипноза или харизмы. Естественно, что вокруг такой ситуации сразу же начинает выстраиваться корпоративная структура с разветвленной сетью своего влияния и подчинения. Представьте себе, что было бы, если бы теорему Пифагора могли доказывать только избранные: человечество погрузилось бы даже не во мрак средневековья, а в пучины первобытного хаоса, когда среднестатистическому жителю Земли не нужно было это знать для своей практической жизни, а значит и не было бы того прогресса, которого человечество в целом достигло за счет передачи нового знания от авангарда к тылам. Другими словами, если математическое доказательство истинно, то оно должно быть доступно и понятно всем (конечно, с поправкой на соответствующий уровень владения математикой). Если такой цельности и понятности математическое доказательство не достигло для того, чтобы его могли проверить или воспроизвести хотя бы в общих принципиальных чертах (без нарушения математической строгости) сотни и тысячи профессионалов и непрофессионалов, то вряд ли следует его считать безоговорочно истинным.

Однако, читаем дальше в [4]: «*Математическое доказательство должно не только давать ответ на поставленный вопрос, но и способствовать пониманию, почему ответ именно таков, каков он есть, и в чем именно состоит его суть... Из представленного Уайлсом доказательства Последней теоремы Ферма мы узнали, что уравнение Ферма не допускает решений в целых числах потому, что любое такое решение привело бы к противоречию с гипотезой Таниамы-Шимуры. Уайлс не только ответил на вызов Ферма, но и обосновал свой ответ, указав, что он должен быть именно таким, а не другим, чтобы не нарушить фундаментальное соответствие между эллиптическими кривыми и модулярными формами*». Это объяснение напоминает одну популярную шутку: дети спрашивают папу, почему у бегемота глаза красные, а он им компетентно отвечает, что это, мол, для того, чтобы ему легче было прятаться в помидорах. Доказательство, которое ничего не объясняет, – такой же абсурд.

Действительно, поскольку теорема Ферма формулируется только для положительных целых чисел, то доказательство и его смысл должны быть **объяснены** в терминах целых чисел, а не каких-то там эллиптических кривых и модулярных форм, или, по крайней мере, должны явно указывать на те новые или старые свойства целых чисел, которые и позволили бы найти правильный путь в доведении числового доказательства до логического конца. Вместо этого читатель сталкивается с замаскированной подменой понятий, приведшей к самому трагическому и бесславному событию в истории математики – одиозному признанию фальшивого доказательства Последней теоремы Ферма. По этому поводу автор [4] пишет: «Хотя для решения загадки XVII в. Уайльсу пришлось прибегнуть к методам XX в., тем не менее найденное им доказательство Последней теоремы Ферма удовлетворяло всем правилам, установленным комиссией Вольфскуля. 27 июня 1997 г. Эндрю Уайлс получил премию Вольфскуля в размере 50.000 долларов. И снова Ферма и Уайлс попали на первые полосы газетных изданий всего мира. Последняя теорема Ферма была официально признана доказанной».

6) Хронология Последней теоремы Ферма

Теперь, прежде чем перейти к анализу проблемы, возникшей в связи с анонсированным и официально признанным доказательством Последней теоремы Ферма, бросим ретроспективный взгляд на то, как продвигалось решение задачи, предложенной Ферма в XVII веке, на протяжении более, чем трех с половиной столетий. Следует прямо сказать, что эта задача, наряду с другими открытиями Ферма в области теории чисел, стимулировала очень многие перспективные исследования как в чистой математике, так и в прикладных науках (достаточно вспомнить здесь французского математика и инженера Габриеля Ламе, работавшего в России в 1820–32 г.г. и предложившего теорию криволинейных координат, а также свой вариант доказательства Последней теоремы Ферма).

Однако вначале теоремой Ферма занимались лишь очень немногие математики и первый среди них, конечно, Леонард Эйлер, живший в России в XVIII веке. Он же, по-видимому, был также первым, кто увел математику от предполагаемого изначального доказательства теоремы Ферма совсем в другую сторону, по пути, совершенно не приемлемому для Ферма. Дело в том, что основной метод Ферма в теории чисел – это исследование и применение свойств именно целых чисел; все другие методы, явно использующие иррациональные, комплексные, алгебраические числа разных видов, были совершенно чужды Ферма, а свое первое доказательство теоремы Ферма для показателя степени, равного трем, Эйлер получил лишь с помощью комплексных чисел.

И произошло то, что произошло: математическая наука двинулась по своему особому пути развития, который, однако, превратился в спиралевидное движение вокруг исходной центральной точки – аксиоматики натурального ряда чисел и их свойств, наиболее ярко и загадочно запечатленных в Великой теореме Ферма. Поначалу это движение не было особенно впечатляющим: говорили уже не просто о теореме Ферма, а об уравнении Ферма с одними и теми же, но различными степенями неизвестных, входящих в это уравнение. Постепенно были получены доказательства для показателей степеней, равных пяти, семи и другим простым числам, но для любого сколь угодно большого целого показателя степенного уравнения Ферма получить доказательство не удавалось.

XIX век характеризовался всплеском глубоких научных исследований, приведших к новым технологиям в теории алгебраических чисел. Наибольший вклад в развитие математики этого периода внесли Лагранж, Лежандр, Гаусс, Лиувилль, Куммер, Дирихле, Дедекинд и другие выдающиеся математики. Об этом можно прочитать в ряде книг, специально посвященных математическим доказательствам теоремы Ферма (см., например, [6–7]). Однако, «золотой век» относительно спокойного, хотя и драматичного развития математического творчества, связанного с теоремой Ферма, закончился в начале XX века.

В 1908 году немецкий любитель математики Пауль Вольфскель завещал 100.000 марок тому, кто докажет Последнюю теорему Ферма [6]. Деньги были положены на счет Королевского научного общества Геттингена. В том же году, а именно 27 июня 1908 года, Общество официально объявило о проведении конкурса на соискание премии Вольфскеля, в котором крайний срок участия определялся 13 сентября 2007 года [4]. Никто, конечно, не ожидал, что результатом такого поспешного учреждения премии станет чудовищное количество доказательств и предложений, направляемых в различные математические инстанции.

Кстати говоря, этот феномен говорит не столько о стремлении к наживе (как утверждается в [6]), сколько о непреодолимой тяге среднестатистического жителя Земли к математическим расчетам. И, кроме того, каждый любитель математики, по-видимому, считал себя вправе проверить свои математические способности на задачке, предназначеннной для целых чисел. Во всяком случае, даже после инфляции в Германии, повлекшей за собой существенное обесценивание первоначально внушительной премии, поток любительских доказательств в различные научные журналы и организации не иссяк.

Как оценивать подобную ситуацию, когда четко обозначился масштабный социальный конфликт между лагерем профессионалов и лагерем любителей? Наверняка, здесь нельзя безоговорочно принимать точку зрения какой-либо одной из сторон. Здесь, по-видимому, нужен психологический анализ, в чем никогда не были сильны профессиональные математики. О лагере же любителей трудно сказать что-либо определенное, поскольку это пестрая и раздробленная публика с самым широким и непредсказуемым спектром различных способностей и возможностей.

Однако, факт остается фактом: антагонизм назрел и постоянно подогревался встречными действиями с обеих сторон. Каждый любитель был убежден в уникальности решения проблемы Ферма и надеялся обрести это решение в своем творчестве, минуя неподвластные непрофессионалу изощренные методы передовых разделов математики. Основание для такой

веры было весьма прочным – сам Ферма был любителем и смог одним только методом «пристального взгляда» обозначить и открыть столько научных проблем, что их хватило математическому сообществу на долгие годы вперед. Кроме того, надо иметь в виду, что научный профессионализм у простых людей всегда был не в почете. Давно укоренилось мнение о творческой ограниченности ученых, обремененных степенями, званиями и должностями (в народе даже поговаривают о том, что настоящий ученый – это репрессированный ученый или, по крайней мере, ученый в опале).

С другой стороны, математики-профессионалы, хорошо организованные именно в силу своей профессиональной деятельности, проходящей в высших учебных заведениях и научно-исследовательских институтах, восприняли ситуацию после 1908 г. как непрекращающийся кошмар, как постоянное глумление над их представлениями о том, какой должна быть математика и где и как надо искать решение проблемы Ферма. Таким образом, в XX веке четко обозначились две тенденции в «деле Ферма»: одна тенденция развития – официальная научная версия исследований, посвященных задаче Ферма и связанных с ней проблем, и другая тенденция развития – своеобразное движение андеграунда, пытающееся себя противопоставить первой тенденции.

2. Профессионалы и любители в борьбе за доказательство Последней теоремы Ферма

а) Поиски «Святого Грааля» математики

В предисловии Джона Линча к книге [4] математическое доказательство Последней теоремы Ферма эпически сравнивается со Святым Граалем – символом высшего совершенства и одновременно ключом к загадкам мироздания. Таким образом, и профессиональные математики не были лишены определенной романтики в поисках подходов к решению проблемы Ферма, однако эта их внутренняя страсть тщательно скрывалась либо под маской безразличия к недостойным по их ученоности непонятным вещам, либо облачалась в броню из каббалистических формул, на языке которых общается между собой современная математическая элита. Иногда в печати появлялись сенсационные сообщения об очередном прорыве в решении проблемы Ферма, где научные обозреватели, берущие интервью у небожителей математического олимпа, попутно расписывали их гениальность и поражали воображение читателей замысловатыми терминами.

Математическое сообщество научилось ограждать себя от несанкционированного доступа со стороны непрофессионалов. Любой математический журнал мог спокойно отказать не только в публикации, но и в рассмотрении той или иной рукописи «ферматиста» (так профессионалы называли любителей, покусившихся на Святой Грааль математики). Поводов для этого находилось более чем достаточно: либо надо было оформить необходимый акт экспертизы на заявленную работу, либо тематика журнала не совпадала с тематикой работы и т.д. и т.п.

Не остались равнодушными и национальные (государственные) Академии наук почти всех стран. Например, в Российской академии наук еще в 1987 г. вышло постановление, запрещающее подведомственным организациям рассматривать материалы, посвященные проблеме Ферма [8], а в 1999 г. была создана Комиссия РАН по борьбе с лжен наукой и фальсификацией научных исследований [9], в черный список которой, по-видимому, вошла и теорема Ферма. Однако, не было нужды юридически защищать свои научные интересы столь радикальным способом. На современном этапе развития человеческой цивилизации достаточно иметь устную корпоративную договоренность по каким-либо основным вопросам, чтобы действовать как единое целое в собственном жизненном пространстве, изолированном от неудобств общечеловеческого жизненного пространства. По этому пути и пошли упомя-

нутые выше академии, что позволяет им духовно (а, может быть, и недуховно) объединяться с целью достижения своих внутренних и внешних корпоративных целей. Ясно, что для этого требуется беспрекословная дисциплина, что мы и наблюдаем на примере разгрома или замалчивания всех любительских попыток добиться объективного и всестороннего изучения проблемы Ферма.

Самое удивительное здесь то, что эта проблема не имеет ни военного, ни экономического, ни какого-либо стратегического в ближайшей перспективе значения, пока не будет раскрыт код Великой теоремы Ферма. Эта проблема, прежде всего, мировоззренческая, теоретическая. Но тут-то и зарыт камень истины и соответственно разгадка проблемы: человеческий интеллект работает не только в головах у профессиональных ученых, его пульс бьется в каждом человеческом сердце, потому что в сердце истина, а не в уме. Об этом забывают штатные ученые и попадают впросак, не понимая, что никакими ухищрениями или силой невозможно скрыть правду. Можно лишь на какое-то время обмануть большинство людей, но оглулять всех на протяжении всего мирового времени не дано никому, и развязка будет очевидной и неминуемой.

Итак, мы приблизились к самому драматичному периоду за всю историю теоремы Ферма, к тому моменту, когда по официальной версии точку в признании математического доказательства теоремы поставила Геттингенская Академия наук. После этого рубежа научный мир незримо, но явно по сути еще сильнее раскололся на два лагеря: с одной стороны – официальная наука, считающая проблему закрытой, а с другой стороны – все те, кто не считали проблему решенной и, более того, усматривали в доказательстве Уайлса ошибку. Все последующие годы до настоящего времени ушли как раз на оправдательные действия одних (публикации в научной и популярной печати, просветительские лекции и выступления) и обвинительные действия других, сопровождаемые независимым поиском собственных доказательств.

Официальную позицию предельно ясно выразил ученый секретарь Отделения математики РАН в своем интервью «Российской газете» от 24 августа 2005 года: *«Теорема доказана, пусть и не простейшим способом... А теперь желающие могут печатать свои варианты»*. Эти слова можно прокомментировать следующим образом: если раньше исследования по теореме Ферма негласно объявлялись «вне закона» (см. выше информацию о постановлениях в РАН), то теперь они объявляются вне науки и относятся к разряду ненаучной литературы, с которой у официальной науки нет никаких пересечений.

Чем же все-таки вызвано такое безапелляционное суждение, сжигающее все мосты на пути к диалогу с учеными-математиками? Чтобы ответить на этот вопрос, надо заглянуть в лагерь к ферматистам, т.е. к тем, кто не согласен с официальной точкой зрения. Оказывается, здесь давно уже не верят официальным результатам по проблеме Ферма. Более того, независимые исследования показали, что решение проблемы Ферма лежит совсем в иной плоскости, чем та, на которую устремились специалисты по новейшей теории чисел. Именно детальное и многолетнее независимое изучение творчества Ферма и его знаменитой теоремы позволило понять и открыть замысел Ферма в раскрытии свойств степеней целых чисел. Изучение этих свойств привело в самое сердце теории чисел – к аксиоматике натурального ряда чисел и, как естественному результату этого подхода, к искомому изначальному доказательству Великой теоремы Ферма [10].

6) Реконструкция изначального доказательства П.Ферма

Кажется, Карл Вейерштрасс сказал знаменитую фразу: *«Бог создал целые числа, остальное – дело рук человеческих»*. Но Бог создал не только целые числа, а кое-что еще, что ускользнуло от внимания специалистов после Ферма. Это кое-что и увидел П. Ферма, когда записывал свои заметки на полях «Арифметики» Диофанта: *«Я нашел поистине чудесное до-*

казательство, однако поля слишком узки, чтобы оно здесь уместилось» [11]. Постараемся теперь разобраться в этой ключевой фразе, а заодно и в той точке бифуркации, после которой профессиональные математики навсегда утратили ключи к открытию Ферма.

Прежде всего обратим внимание на яркую эмоциональную окраску процитированной фразы: не сам Ферма доказал свою теорему (как это делает большинство современных математиков, верящих только в собственную логику и не верящих в феномен математического открытия), а она явилась ему чудесным образом, как *deus ex machina* («бог из машины»). Таким образом, здесь явно чувствуется природная закономерность наподобие той, которая зафиксирована в теореме Пифагора (напомним, что эта теорема устанавливает равенство суммы квадратов катетов прямоугольного треугольника квадрату гипотенузы того же треугольника и является одной из самых главных характеристик эмпирически познаваемого мира). В подтверждение объективного, а не только субъективного происхождения находки Ферма можно привести цитату из книги [12]: «*Любое открытие в своей основе имеет математическую форму, иначе у нас не было бы никакого руководства к его постижению*» (C.G. Darwin 1931).

Итак, обратимся к самому началу, к тому моменту, когда Ферма размышлял над 8-й задачей 2-й книги «Арифметики» Диофанта. Представим себя на месте Ферма, решающего задачу Пифагора о нахождении всех прямоугольных треугольников с целочисленными катетами и целочисленными гипотенузами. Естественно, что ученый такого масштаба, как Ферма, мог решать эту задачу интегрально, т.е. используя в полной мере всю широту и остроту своего научного восприятия. Будучи превосходным геометром, Ферма мог ясно себе представить обобщенный вид таких треугольников в одном из квадрантов круга с радиусом, равным обобщенной гипотенузе. Теорема Пифагора в таком представлении выглядела не только впечатляюще очевидной (квадрат радиуса круга всегда равнялся сумме квадратов катетов или, еще проще, длина радиуса равнялась сумме длин проекций катетов на этот радиус), но и указывала на возможность геометрических вычислений высших степеней чисел, т.е. можно было сравнивать отрезки прямых линий, представляющих собой различные степени чисел, как между собой, так и с эталонным отрезком, равным радиусу круга.

Другими словами, применяя теорему Пифагора несколько раз внутри каждого прямоугольного треугольника (строя в нем все меньшие и меньшие подобные треугольники), можно было установить фундаментальное соотношение для любых целых степеней чисел с показателем степени, большим двух, отличающееся от двухчленной суммы для квадратов чисел третьим дополнительным членом. Следующий ход в рассуждениях Ферма выглядел бы совсем просто: если любую целую степень произвольного числа, большую двух, можно представить в виде трех слагаемых из таких же степеней других чисел, то можно ли, объединив два слагаемых вместе, написать сумму двух одинаковых степеней каких-либо двух чисел в виде такой же степени другого числа? Элементарная комбинаторика указанных выше отрезков позволяет без труда это сделать в терминах действительных чисел.

Однако, Ферма всегда работал только с целыми числами. Значит, он должен был однозначно связать между собой геометрические отрезки и их длины, изображаемые целыми числами. Это можно было сделать, обратившись к натуральному ряду чисел, т.е. последовательно увеличивая длину радиуса круга на 1 и составляя различные суммы для целых чисел, изображающих длину радиуса. И вот здесь-то оказалось, что линейный по построению и по самой своей сути ряд натуральных чисел определяется нелинейным рядом чисел, которые с высоты современных знаний можно было бы определить как нелинейные операторы или генераторы натуральных чисел (в работе [10] они названы прямоугольно-треугольными числами).

Ферма, конечно, это увидел на своей геометрической схеме, но сказать об этом вслух или написать на бумаге поостерегся, ведь для этого надо было изобрести новое понятие, о которое споткнулись еще древние математики, запрещавшие упоминать об иррациональности квадратных корней из простых чисел. У Ферма не в правилах было нарушать древние тради-

ции. Просто он понял, что есть нечто, гораздо превосходящее человеческое понимание, хотя и действующее в нашем мире вполне определенным и абсолютно точным образом (кстати, этим нечто определяется абсолютная точность целых чисел, позволяющая им быть эталоном для сравнения всех других известных человеку чисел).

В дальнейшем другие математики, не обладавшие той щепетильностью и осторожностью, которые были присущи Ферма, ввели понятие иррационального числа, а еще более продвинутые математики постарались сконструировать иррациональные числа, исходя из базового понятия натурального ряда чисел. Таким образом, все иррациональные числа оказались в линейном ряду действительной числовой оси. Действительные числа, как обобщение понятия числа в виде линейной числовой оси, легли в основу метода координат, аналитической геометрии и математического анализа.

Но вернемся к доказательству Пьера де Ферма. Увиденное в природе чисел (с помощью элементарной геометрии) интуитивное расширение целых чисел до уровня нелинейных операторов позволило Ферма произвести арифметические действия над степенями целых чисел таким образом, что стал очевидным метод бесконечного спуска, при котором получалась цепочка из уравнений Ферма для разных целых чисел, уходящая в нуль-бесконечность, что и доказывало невозможность решения проблемы Ферма в целых числах.

Таким образом, реконструкция изначального доказательства Великой теоремы показала бесперспективность попыток доказать ее, исходя только из существующей аксиоматики натурального ряда чисел, когда за основу рассмотрения берутся действительные числа, расположенные линейным образом на числовой оси (то же самое можно сказать и в случае нескольких числовых осей, организованных линейным образом, как, например, для комплексных или гиперкомплексных чисел).

Попытка понять и сконструировать уравнение Ферма в предполагаемых целых числах оказывается возможной, если использовать расширение формальной системы чисел до уровня нелинейных операторов, расположенных неравномерно на числовой оси. Это вполне согласуется с логическими теоремами К.Геделя о полноте и непротиворечивости формальных систем, имеющими общеметодологическое значение (первоначальные элементарные сведения о них можно почерпнуть также из популярной книги [4]). Другими словами, проблема Ферма неразрешима в линейных числовых системах, но разрешима в нелинейных системах как более общих по сравнению с линейными [10].

3. «Новое платье короля», или как избавиться от математического гипноза профессиональных математиков

В старину одежду для VIP-персон называли платьем. У Х.К. Андерсена есть такая сказка с аналогичным названием, где рассказывается, как некие мошенники «сшили» королю одежду, невидимую для глупцов и для тех, кто не на своем месте. Вся придворная знать восхищалась нарядом короля, а народapplодировал искусству портных, пока тот, кого посчитали несмышленышем, не крикнул: «А король-то голый». Приблизительно в такой же ситуации пребывает на настоящий момент человечество, загипнотизированное мифом о доказательстве теоремы Ферма с помощью модулярных эллиптических кривых. О торжествах по поводу официального признания доказательства рассказывалось в предыдущих разделах статьи, здесь же следует подробнее остановиться на том, как шилось «новое платье» для Последней теоремы Ферма.

За период с 1997 г. по 2006 г. вышло значительное количество литературы, пропагандирующей и разъясняющей для непрофессионалов различные аспекты доказательства А. Уайлса [2], полученного им вместе со своими коллегами и при их активном участии. Наиболее широко известна книга П. Рибенбойма «Последняя теорема Ферма для любителей» [13]. Ее автор, канадский профессор математики, с первых же строк категорично заявляет: «Хорошо

известно, что последняя теорема Ферма доказана» (в последних изданиях российских математиков, в частности, в переводах с иностранного, слова «великая» и «последняя» теорема Ферма постоянно пишутся с маленькой буквы, видимо, чтобы подчеркнуть их личное отношение к проблеме; лингвистически верно было бы написание с большой буквы, так как это исторически сложившееся название теоремы, ее собственное имя; строчное же написание совсем теряет этот смысл).

К сожалению, столь категоричное заявление автора [13] ничем не подкрепляется в последних разделах книги, посвященных процедурным вопросам доказательства Уайлса. Ведь похвала, голословные утверждения и рассказы на второстепенную тему не являются доказательной базой. Более того, автор преподносит читателю и совсем уж постыдные с точки зрения математической строгости откровения. Оказывается, «*некоторые математики не удовлетворены методом доказательства, использующим эллиптические кривые и модулярные формы, которые рассматриваются (вероятно, несправедливо? или справедливо?) как чуждые этой проблеме!*» ([13] с. 384). Вот те раз, а где же тогда 100% гарантии пресловутого доказательства и где хотя бы логически безупречная схема доказательства, позволяющая не-профессионалам понять и оценить его? Ее, конечно, в книге Рибенбойма нет, да и быть не может, поскольку, как видно из предыдущей цитаты, сам автор не владеет этим доказательством и, по его же собственной идее ([13] с. 11), должен быть отправлен в ад для проверки доказательства Уайлса.

Книга [13] – замечательный образчик психологической неуравновешенности профессиональных математиков, свято доверяющих своим высоким авторитетам и склоняющихся к этому неискушенных в современной математике читателей. При этом автор [13] грубо нарушает этические нормы уважительного отношения к великим предкам человечества. Глава XI.2 называется «Победа, или Вторая смерть Ферма», что говорит само за себя об очень многом. Возражая автору [13], можно сказать, что, во-первых, имя Ферма бессмертно хотя бы потому, что его Великая теорема будет работать на благо истинной математики всегда по мере прогресса человеческой цивилизации, а во-вторых, бесславная «победа» математического официоза над истиной – это от начала до конца лживая история, не могущая долго быть скрываемой, что неизбежно приведет к позору официальной математики, о чем, не подозревая своего предвидения, с прямодушной простотой написал в своем заглавии Гл.3 автор уже упомянутой ранее книги [4].

Итак, со временем перед независимыми исследователями начинает пропасть картина событий, отличная от усиленно пропагандируемой, и никакие рекламные трюки тут уже не помогут, как, например, уморительное фото автора [13] на последней странице обложки его книги, оттесняющего в тень Пьера де Ферма. Кстати, любовно оформленное издание книги [13] говорит о полной солидарности математиков, готовивших эту книгу к печати, с ее автором.

Теперь впору задаться вопросом: а возможно ли, чтобы такие уважаемые господа, как математики, могли обманывать людей, сознательно или бессознательно? К сожалению, следует ответить на этот вопрос утвердительно: да, возможно, и в подтверждение этому опять сошлемся на информативную книгу [4], в которой ее автор красочно описывает, как великий математик Л. Эйлер победил великого просветителя XVIII века Д. Дидро по социальному заказу Екатерины Великой в теологическом споре. Когда императрице надоели атеистические высказывания Дидро, она попросила Эйлера математически обосновать веру в Бога и вызвать Дидро на открытую дискуссию. Эйлер заявил императрице, что располагает алгебраическим доказательством существования Бога и вступил в дискуссию с Дидро. Во время дискуссии он предъявил аудитории придуманную им алгебраическую формулу и сказал: «Если это верно, то, следовательно, Бог существует. Что Вы можете против этого возразить?». Дидро не был силен в математике и не мог ничего возразить. Таким образом, существование Бога было доказано.

Вы скажете: ну и что, это же шутка! Однако, надо добавить, что это довольно злая и безнравственная шутка, исторически открывающая лазейку или даже дверь для всех амбициозных ученых, становящихся нечестными перед лицом их судьбоносного выбора.

Но пора переходить к существу дела. Несмотря на корпоративные заклинания математиков о своей великой победе, заглянем внутрь доказательства Уайлса и предъявим непредубежденному читателю принципиальную ошибку в нем, не замеченную ни самими авторами, ни рецензентами, по долгу службы оценивавшие это доказательство. С этой целью для того, чтобы легче и понятнее было вести разговор в формате публицистической статьи, возьмем для обсуждения статью доктора физико-математических наук Ю.П. Соловьева, в которой он воспроизводит главную часть доказательства Уайлса [14]. Свою статью он начинает с традиционного заклинания: «...В настоящее время все специалисты твердо уверены в том, что Ферма не обладал доказательством этой теоремы и, сверх того, что элементарными методами ее нельзя доказать».

Следует сказать, что статья Ю.П. Соловьева напечатана в научно-популярном физико-математическом журнале «Квант», редакция которого не раз оповещала своих читателей, что она не будет рассматривать материалы, связанные с доказательством Последней теоремы Ферма. Но, как известно, ложь бежит на коротких ножках, и вот мы имеем опубликованное доказательство теоремы в виде его принципиальной части в популярной форме. Из статьи мы узнаем, что ключевым моментом в доказательстве Уайлса было сопоставление уравнения Ферма произвольной целой степени с эллиптической кривой 3-й степени. Что это было за сопоставление, автор статьи обходит молчанием, несмотря на то, что это главный вопрос всего доказательства.

Действительно, как можно свести решение уравнения Ферма к решению уравнения со значительно меньшей степенью, если эти уравнения не образуют системы, т.е. несовместны? Вот здесь-то и скрыт весь фокус. Разгадка его такова. Вначале предполагается, что уравнение Ферма все-таки имеет решение в положительных целых числах, потом **второй раз** предполагается, что это же решение является одновременно и решением уравнения для эллиптической кривой с особыми свойствами. Следует отметить здесь очень важный момент: гипотетическое решение уравнения Ферма вставляется в эллиптическую кривую такого вида, которая до сих пор никем не была обнаружена и сама является гипотетической (действительно, сделав обратную замену переменных в уравнении для «гипотетической» эллиптической кривой, переводящую нелинейные оси координат в линейные, можно воочию убедиться в том, что заявленная эллиптическая кривая вовсе не эллиптическая, а какая-то другая с гораздо большей степенью). Это то же самое, как если бы с помощью замены переменных превратить кривую Ферма в окружность и утверждать, что эта окружность имеет те же гипотетические точки, что и уравнение Ферма. Однако, ясно, что такой окружности в реальности не существует. Можно лишь так деформировать оси координат, что кривая Ферма станет по внешнему виду не отличимой от окружности (интуитивно такими нелинейными осями пользовался известный голландский художник М. Эшер), но это будет «иллюзорная», фиктивная окружность, не существующая в линейных координатных системах.

Далее весь сыр-бор разгорается для того, чтобы доказать, что конкретной эллиптической кривой с гипотетическими целыми решениями из уравнения Ферма не существует, а если это так, то значит и целых решений уравнения Ферма тоже не существует. Весь этот трюк тщательно замаскирован пространными рассуждениями о гипотезе Таниамы и построении модульных эллиптических кривых.

Теперь надо четко классифицировать найденную ошибку. Она заключается в том, что в качестве доказательства приводится то, что нужно доказать. В классической логике эта ошибка называется «порочный круг» (*circulus vitiosus*). Обнаружив эту ошибку в доказательстве Уайлса, сразу же становятся понятными все несуразности, сопровождающие это доказательство (см., например, [10]).

В частности, если уж называть Великую теорему Святым Граалем математики, как это делают певцы сенсационных достижений, то почему после ее «доказательства» не последовало новое понимание целых чисел и их аксиоматических свойств? Вместо этого наука как сидела у разбитого корыта неразгаданных тайн теоремы, так и осталась сидеть в большой задумчивости, вопрошая, а что же ей делать дальше с Великой теоремой Ферма. Раздраженные этим обстоятельством защитники корпоративной математики предлагали вообще забыть о ней и поглубже вбить осиновый кол в гроб их негативных представлений о теореме Ферма.

4. Кто виноват и что делать?

Итак, расследование всех обстоятельств сенсации под названием «доказательство Последней теоремы Ферма» в конце XX века навевает мысли о том, что современная математическая наука серьезно больна и больна не столько в своем технологическом аспекте, сколько в плане идеологическом и методологическом.

Действительно, современные корифеи математики «страшно далеки от народа» не только благодаря прогрессирующему усложнению языка математики, но, главным образом, благодаря неправильному курсу на отрыв математического образования от общечеловеческих ценностей. Считается, что профессионалом в математике может быть только тот, кто хорошо вышколен в формальном обучении. Но такой приоритет формальной подготовки в научной работе наносит сильный вред творческой составляющей ученого, который перестает обращать внимание на «психологию» окружающего мира и в итоге на этические нормы своего поведения. Неформальный компонент его мышления сужается, и он перестает адекватно воспринимать даже базовые (аксиоматические) элементы формальных систем, которые по сути своей всегда неформальны, если рассматривать их в качестве научных категорий с нечеткими определениями.

В результате возникает опасная ситуация авторитарного навязывания каких-либо научных предпочтений своей школе или своим менее именитым коллегам. В условиях сенсорной депривации чистого мышления и отсутствия эмпатии страдает объективность научных подходов и боком вылезает незамеченный нездоровьем субъективизм. Этот субъективизм, в конечном счете, используется теми силами в человеческом обществе, которые хотят поставить себе на службу его неисчерпаемые ресурсы. Или, может быть, это глобальный эксперимент внеземных цивилизаций, осуществляющих свою идеологическую диверсию, заключенную в оболочку «выдающегося научного достижения»? В результате такого эксперимента по научному зомбированию людей можно было бы достичь идеального манипулирования коллективным человеческим сознанием. В любом случае для подобных целей нужны как отдельные личности, способные выполнить заложенные в них индивидуальные программы, так и сплоченные профессиональные коллективы, организованные для реализации генеральной корпоративной идеи или суммы таких идей.

В истории с доказательством Последней теоремы Ферма четко прослеживается ангажированное поведение всех структур официальной математики, направленное на то, чтобы не только скрыть ошибочность полученных результатов, но и заставить замолчать тех, кто мог бы указать на ошибки. Как классифицировать такое поведение, когда нарушаются даже юридические нормы регулирования научной деятельности? Не напоминает ли это определенные криминальные структуры? Такая точка зрения, оказывается, не нова даже для самих математиков.

Вот, например, что можно прочесть в газете «НГ-Наука» от 20 июня 2001 года: «*В середине XX столетия обладавшая большим влиянием мафия «левополушарных математиков» сумела исключить геометрию из математического образования (сперва во Франции, а потом и в других странах), заменив всю содержательную сторону этой дисциплины тренировкой в формальном манипулировании абстрактными понятиями... Подобное «абстрактное» описание*

ние математики непригодно ни для обучения, ни для каких-либо практических приложений...». Это мнение известного российского математика В. Арнольда. Но сам-то В. Арнольд к какой мафии принадлежит, если учесть, что он является зав.редакцией литературы по математическим наукам издательства «Мир», выпустившей одиозную книжку [13]? Ведь в ее аннотации указывается, что это учебное издание предназначено, в частности, для преподавателей и учащихся старших классов. А как мы уже выяснили, она содержит в себе скрытую идеологическую диверсию, направляющую сознание читателей по ложному пути. Более того, издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 00-01-14117. Оказывается, вот каким способом зарабатывают себе на жизнь профессора математики (ср. [13] с. 11, где недвусмысленно утверждается, что за их квалифицированную работу им мало платят).

Автор настоящей статьи, конечно, далек от мысли, чтобы обвинять кого-то из математиков, как это делает уважаемый академик В. Арнольд, в принадлежности к мафиям структурам, но все же элементы недостойного (неэтичного, нечестного, меркантильного) поведения присутствуют и в очень немалой степени. Значит, дело все-таки в какой-то повальной психологической болезни типа корпоративного аутизма? Возможно, но тогда ее надо лечить как чуму XX века и лечить всем миром, пока она не перекинулась на другие области человеческого знания и деятельности.

Эта статья не медицинский кабинет, где выставляется врачебный диагноз. В нашу задачу входит гражданское определение сложившейся ситуации, при которой от широкой общественности скрывается серьезная оплошность, допущенная профессиональными математиками при доказательстве Последней теоремы Ферма. Эта оплошность имеет самые серьезные последствия для науки в целом, не только для математики. Поэтому ее преступное замалчивание, даже более того, придание ей статуса «величайшего научного достижения» нельзя иначе расценить как величайшую научную аферу XX века.

Другой вопрос состоит в том, сознательно или бессознательно все это происходило, на что могут ответить только сами режиссеры и постановщики этой аферы. Если она была бессознательной, то тогда о каком профессионализме может идти речь, когда даже самая крутая математика не застрахована от грубых математических ошибок и не способна вовремя их заметить? Если же эта афера была осуществлена сознательно и преднамеренно, то тогда о каком «уме, чести и совести» у профессиональных математиков можно говорить?

Итак, мы нашли определение, по-видимому, достаточно объективное, чтобы зря не обидеть представителей самой древней и деликатной науки на Земле – математики, и это определение было вынесено в заголовок статьи.

5. Код Великой теоремы Ферма и наука XXI века

В разделе 2а) данной статьи отмечалось, что все значение и величие Великой теоремы Ферма может быть постепенно понято лишь после раскрытия ее кода, т.е. того глубинного смысла для науки, который она в себе несет. Прежде чем перейти к предварительному и весьма приблизительному намеку на этот код, который может оказаться одной из самых глубоких задач для будущих поколений, автор статьи должен сказать, что свое собственное отношение к Великой теореме Ферма он обозначает именно этим термином, чтобы дистанцироваться от опозоривших себя исследователей «последней теоремы Ферма». Кроме того, название «Великая теорема Ферма» самым точным образом отражает ее суть и значение.

В разделе 2б) статьи указывалось, что проблема Ферма разрешима лишь в нелинейных числовых системах с помощью так называемых прямоугольно-треугольных чисел. Несмотря на то, что Великая теорема Ферма может быть доказана таким элементарным способом, тем не менее идеи, в ней заложенные, настолько нестандартны, что требуют пересмотра и уточнения понятия аксиоматического ряда чисел. Такое скрупулезное исследование, конечно,

под силу только чистым математикам, имеющим возможность абстрагироваться от конкретных прикладных направлений и постичь тонкие различия между актуальными и потенциальными бесконечными величинами.

Однако нить Ариадны, ведущая к расшифровке кода Великой теоремы Ферма, проходит не только в таинственных глубинах чистой математической мысли, но и оказывается действенной и полезной в различных прикладных исследованиях, опирающихся на динамику геометрической схемы, демонстрирующей процедуру удивительного изначального доказательства Пьера де Ферма.

Дальнейшее рассмотрение возможностей применения теоремы Ферма в науке и технике XXI века уело бы слишком далеко за рамки заявленной темы. Часть такой программы исследований была выполнена автором на голом энтузиазме в предыдущие годы, но это лишь малая толика того, что можно было бы подробнейшим образом изучить. Чтобы не перегружать читателей дополнительной информацией, приведу в заключение данной статьи краткие аннотации работ, стимулированных Великой теоремой Ферма и опубликованных в журналах прошлого века.

В работе [15] проведена попытка дать физическое обоснование Великой теоремы и рассмотрена геометрическая модель туннелирования частиц, исходя из принципов физического конструирования уравнения Ферма для целых чисел.

Работа [16] посвящена проблеме информационных взаимодействий в естественных процессах. Волновые функции квантовой механики интерпретируются как информационные волны в чистом виде, а Великая теорема Ферма определяется как квантовая теорема об информационных взаимодействиях во Вселенной.

В работе [17] предлагается идея автоматического доказательства Великой теоремы Ферма. Для машинного доказательства указанной теоремы рекомендуются не новые варианты неклассических логик, а уже известные, но мало употребляемые в компьютерной логике аксиоматические системы современной теории множеств.

Статья [18] трактует значение и вклад проблемы Ферма в логические основания математики, физики и вычислительной техники.

В статье [19] обсуждается совпадение двух независимых подходов к решению проблемы Ферма, условно обозначаемых как негативный и позитивный подходы. Отмечается, что только позитивная трактовка уравнения Ферма однозначно приводит к доказательству Великой теоремы Ферма.

В статье [20] предлагается обобщенный закон механического движения. Обсуждается идея естественной машины времени в результате возникновения (или создания) вакуумного вихря вокруг материальной системы взаимодействия. Схема машины времени индуцирована геометрической схемой доказательства Великой теоремы Ферма.

В статье [21] рассматриваются туннельные эффекты с точки зрения квантовой телепортации. Выявлена основополагающая роль физического вакуума в пространственно-временных преобразованиях телепортирующих систем. Обобщенные представления о физических принципах движения, индуцированные Великой теоремой Ферма, позволяют по-новому подойти к решению задач механики живых тел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ферма П. Исследования по теории чисел и диофантову анализу. Перевод текстов и комментарии под ред. И.Г. Башмаковой. М.: Наука, 1992.
2. Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's last theorem – Annals of Mathematics. 1995, v. 141, p. 443–551.
3. Энциклопедия для детей. Том 11. Математика. М.: Аванта+, 1998 с. 173–174.
4. Сингх С. Великая теорема Ферма. История загадки, которая занимала лучшие умы мира на протяжении 358 лет. Перевод с английского Ю.А. Данилова. МЦНМО, 2000.

5. Дальма А. Эварист Галуа. Революционер и математик. Перевод с французского под ред. Ю.И. Мерзлякова. М.: Наука, 1984.
6. Постников М.М. Теорема Ферма. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука, 1978.
7. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. Перевод с английского под ред. Б.Ф. Скубенко. М.: Мир, 1980.
8. Павлов А.Т. К вопросу элементарного доказательства теоремы Ферма. Иркутск, 2006.
9. Мухин Ю. О чём сыр-бор – в кн. В. Бояринцева АнтиЭйнштейн. Главный миф XX века. М.: Язуа, 2005 с. 5–22.
10. Ивлиев Ю.А. Реконструкция нативного доказательства Великой теоремы Ферма – Объединенный научный журнал. 2006. № 7 с. 3–9, см. также Праці Луганського відділення Міжнародної Академії інформатизації 2006 № 2 (13), с. 19–25.
11. Крафт Х. Алгебраические кривые и диофантовы уравнения – в кн. Живые числа. Перевод с немецкого Е.Б. Гладковой. М.: Мир, 1985 с. 87–104.
12. Bell E.T. Men of Mathematics N.Y. 1962.
13. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей. Перевод с английского под ред. В.Н. Чубарикова. М.: Мир, 2003.
14. Соловьев Ю.П. Гипотеза Таниамы и последняя теорема Ферма – Квант. 1999. № 4 с. 3–6.
15. Ивлиев Ю.А. Великая теорема Ферма с точки зрения физика (о некоторых квантово-полевых моделях счета) – Сверхпроводимость: исследования и разработки. 1995. № 5–6 с. 5–16.
16. Ивлиев Ю.А. О естественных единицах информационных взаимодействий – Проблемы машиностроения и автоматизации. 1996. № 5–6 с. 13–17.
17. Ивлиев Ю.А. Компьютерная логика и творческое мышление (на примере доказательства Великой теоремы Ферма) – Проблемы машиностроения и автоматизации. 1997. № 3–4 с. 95–96.
18. Ivliev Y.A. Contribution of Fermat's Last Theorem to logical foundations of mathematics, computer science and physics – Engineering & Automation Problems. 1997. № 5–6 p. 15–17.
19. Ивлиев Ю.А. Логика Куайна и позитивное доказательство Великой теоремы Ферма (совпадение двух независимых подходов к решению проблемы) – Проблемы машиностроения и автоматизации. 1998. № 2–3 с. 134–135.
20. Ивлиев Ю.А. От механики Ньютона и Эйнштейна к обобщенной релятивистской механике – Проблемы машиностроения и автоматизации. 1998. № 4 с. 88–90.
21. Ivliev Y.A. Quantum and pseudoquantum teleportation as effects of generalized relativistic mechanics – Engineering & Automation Problems. 2000. № 1 p. 68–71.

Поступила в редакцию 25.06.2007