

МЕТОД ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ (РЕКОНСТРУКЦИИ) МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДРЕВНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА).

Ивлиев Юрий Андреевич, почетный доктор наук, профессор, академик

Международная Академия Информатизации, Россия

Участие в конференции,

Национальном первенстве по научной аналитике,

Открытом Европейско-Азиатском первенстве по научной аналитике.

В статье обсуждается метод восстановления исторических событий, зафиксированных в математической структуре артефактов. На примере Великой теоремы Ферма как интеллектуального артефакта своей эпохи реконструируется логическая последовательность математических операций, приводящая к осознанию нового математического метода – метода обратной задачи в математической психологии, являющегося обобщением метода обратной задачи рассеяния в физике и других естественных науках. Историческое событие появления Великой теоремы Ферма продублировано появлением обобщающей гипотезы Биля, которая, как и теорема Ферма, раскрывает смысл обратных задач современной и древней математики.

Ключевые слова: обратные задачи математической психологии, Великая теорема Ферма, гипотеза Биля, объединенная парадигма гуманитарных и естественных наук.

The method of restoration of historical events fixed in mathematical structure of artefacta is discussed in the article. The logical sequence of mathematical operations leading to realization of new mathematical method – the method of reverse problem in mathematical psychology as generalization of the method of reverse problem of scattering in physics and other natural sciences – is reconstructed on the example of Fermat's Last Theorem as intellectual artefactum of its age. The historical event of appearance of Fermat's Last Theorem is duplicated by appearance

of generalizing Beal's Conjecture, which, like the Fermat theorem, discloses the sense of reverse problems of modern and ancient mathematics.

Keywords: *reverse problems of mathematical psychology, Fermat's Last Theorem, Beal's Conjecture, joint paradigm of humanitarian and natural sciences.*

“Истина – это то, чего нельзя избежать”

ТВ канал “Культура” Россия 22.05.2015

Документальный проект Армена Петросяна

“По следам тайны”

1. Введение. Восстановление математической структуры исторических событий прошлого как единственная возможность установления их истинности.

Событийная структура исторических процессов обычно привязана к временной шкале, имеющей условное начало отсчета и простирающейся по обе стороны от этого начала до плюс и минус бесконечности, причем каждой точке временной шкалы соответствует своя трехмерная картина пространственного расположения объектов или участников событий, происходящих в данный момент времени. Современная историческая наука стремится, конечно, расположить события на единой шкале времени, но это представляет собой неимоверно трудную задачу из-за отсутствия единой хронологии для всех стран и народов или хотя бы для одного какого-либо глобального цивилизационного процесса. Такая квазилинейная хронологическая структура (пространство событий плюс унифицированное время) может иметь массу изъянов и несоответствий исторической действительности вследствие многочисленных пробелов во временном развитии исторических событий, зафиксированных на различных носителях информации, доставшихся нам от прежних эпох. Значит надо искать какие-то новые подходы к решению вопроса об истинности исторических событий.

Одними из главных свидетельств достоверности того или иного исторического процесса могут быть, наряду с письменными источниками, различные интеллектуальные и вещественные артефакты ушедших эпох. Так, например, археологические раскопки древних поселений постоянно удивляют нас находками, опровергающими сложившиеся традиционные представления о биологическом возрасте человечества и его навыках,

позволяющих, как выяснилось, изготавливать такие предметы, которые не под силу даже современной наукоемкой технике. Можно, конечно, отмахнуться от этих фактов и приписать их существование случайному их возникновению или влиянию божественных сил или пришельцев, но такой мистический взгляд на вещи не позволяет понять сущности исследуемых процессов. Сущность любого процесса (явления) может прояснить только математика, поскольку любые интеллектуальные, материальные и иные структуры имеют в своей основе математическое строение. Об этом хорошо сказал С. Г. Дарвин (цитируется по книге Э. Т. Белла, Творцы математики): «Любое открытие в своей основе имеет математическую форму, иначе у нас не было бы никакого руководства к его постижению».

Значит наряду с внешним развитием какого-либо процесса, явления, вещи надо рассматривать и его внутреннюю структуру, обусловленную информационным взаимодействием составляющих его частей. Поскольку необычные артефакты, как правило, не несут на себе какой-либо открытой внешней информации об их внутреннем содержании, то необходимо применить метод исследования, позволяющий моделировать (восстанавливать) математическую структуру изучаемого объекта. Этот метод стал широко известен приблизительно с середины прошлого века и применяется теперь не только в физике, где он тщательнейшим образом был разработан, но и в других научных дисциплинах, использующих математику в качестве своего основного инструмента исследования. Главной особенностью этого метода, носящего историческое название «метод обратной задачи рассеяния», является то, что время в нем имеет два направления (вперед и назад), которые, если рассматривать их как независимые, дают нелинейное время логической последовательности событий, приводящее к квантованию любых процессов, явлений, сред в соответствии с их внутренними критериями. Идейным обобщением этого метода являются квантовые задачи перехода системного объекта из одного состояния в другое при полном его «рассеянии» (распаде на отдельные составляющие) в зоне перехода и его восстановлении в конце процесса (см., например, [1]). Такое временное поведение чем-то напоминает зигзаг Р. Фейнмана, предложенный им для объяснения квантовых парадоксов.

Мощность метода обратной задачи рассеяния была ярко продемонстрирована при поиске гипотетической (теоретически предсказанной) частицы, определяющей фундаментальные физические свойства материального мира, – бозона Хиггса. На основании анализа продуктов распада этой частицы в Большом Адронном Коллайдере, которую непосредственно обнаружить было невозможно, был сделан вывод о существовании бозона Хиггса, практически однозначно представленного энергетическим

спектром его осколков. Таким образом, неясная (неопределенная) структура такого загадочного объекта, как бозон Хиггса, была, наконец-то, прояснена методом ее наложения на временную структуру рассеяния этой частицы в БАКе. Однако для такого шага надо было перейти от линейного представления о времени (как стрелы времени) к нелинейному его представлению в виде двух независимых направлений, определяющих внутреннюю структуру (квантование) линейной шкалы времени.

Но, как известно, все новое – это хорошо забытое старое, имеющее те же принципы, что и вновь открытая новация. Именно научный принцип обратной задачи составлял основу исследовательской деятельности средневековых алхимиков, девизом которых была формула «соagula – solve» («раствори, а потом собери»), читаемая в двух направлениях. Конечно, они работали с этим принципом метафорически, не вычлняя математической структуры алхимического процесса. Только великий Ньютон смог увидеть в конгломерате фантастических или реалистических образов тогдашней опытной науки математическую составляющую, что привело в итоге к созданию новой науки, опирающейся на математические уравнения, описывающие любые процессы и структуры объективной или субъективной природы. Жаль только, что в современных математических уравнениях не учитывается «глубина» процесса и ее надо привносить вручную, опираясь на фундаментальные пространственно-временные свойства изучаемых событий, рассматриваемых как пространственно-временной объект. К тому же, с точки зрения математики, наблюдаемое пространство и время – это всего лишь математические (арифметические) пространства с определенной или неопределенной топологией, структуру которых следует установить в каждом конкретном случае. Значит и математика – это до сих пор еще не написанная до конца книга, ждущая своих глубоких исследователей и новых откровений.

2. Метод обратной задачи рассеяния для реконструкции и решения математических задач древности и современности.

Говоря о конкретной событийной структуре исторического процесса, следует, по-видимому, уделить особое внимание интеллектуальным и материальным артефактам различных эпох, не получившим своего научного объяснения либо в силу утраченной достоверной информации об этих объектах, либо в результате потери целых пластов человеческой культуры, определяющих нравственный и интеллектуальный уровень развития людей, создававших эти артефакты. Объединить все эти многочисленные факторы для реконструкции загадочных объектов (событий) поможет наука будущего –

математическая психология, развивающая системный подход в изучении объективных и субъективных характеристик реальных процессов и явлений. В математической психологии также хорошо работает принцип обратной задачи рассеяния, который в обобщенном варианте определяет класс задач, которые могут быть названы обратными задачами математической психологии [2]. К таким задачам, в частности, относятся математические задачи с неизвестным заранее решением, требующие творческого подхода при всей очевидности невозможности их тривиального решения. Идея метода обратной задачи заключается в следующем.

Пусть требуется найти некий математический объект с наперед заданными свойствами, причем этот объект нельзя получить непосредственно с помощью известных математических действий. Другими словами, задача не решается «в лоб» и нужно идти окольными путями, чтобы получить этот объект. Тогда с прямой задачей связывают некоторую удобно решаемую задачу о «рассеянии», например, представляют исходную математическую величину, взятую из математического объекта, в виде ряда с аналогичными членами. Далее определяется эволюция этого ряда до уровня соответствия его с математическим объектом и решается обратная задача: по найденной зависимости характеристик «рассеяния» воспроизводится искомый математический объект. Аналогия с классическими обратными задачами рассеяния заключается в том, что функцию времени в математических обратных задачах выполняет непрерывная логическая последовательность математических операций.

В древности обратные математические задачи решались, по-видимому, интуитивно с помощью перемещения геометрических фигур, что привело в дальнейшем в более позднюю эпоху к формальному утверждению о том, что такие задачи не могут быть решены статически с помощью циркуля и линейки. Это относится к таким известным задачам, как квадратура круга, задача о трисекции угла, задача об удвоении куба. Однако все это «семечки» по сравнению с Великой теоремой Ферма, истоки которой мы находим в глубокой древности в виде теоремы Пифагора и геометрической теоремы Евклида.

2.1. Великая теорема Ферма как обратная задача математической психологии.

Выше мы установили принципиальную схему развития событий в мире. В частности, логика культурологических событий приводит к появлению тех или иных артефактов, и, в свою очередь, внутренняя логика артефактов приводит или к их сохранению на какой-то период времени, или к их распаду и уничтожению. Среди интеллектуальных артефактов человечества самым выдающимся можно считать Великую теорему Ферма,

сформулированную ее автором в XVII веке на полях книги «Арифметика» древнегреческого математика Диофанта. Это математическое утверждение касается таких основ бытия, которые и не снились даже самым выдающимся математикам после Ферма. Все попытки доказать, а значит и понять эту теорему в последующие годы разбивались о гранит ее глубокого внутреннего содержания, что привело к несгибаемому мнению корпоративных математиков о невозможности решить эту проблему с помощью элементарных (читай: известных еще древнегреческим математикам) средств. Теорему Ферма давно бы отправили пылиться в хранилище забытых вещей, если бы не Пауль Вольфскель, который спас теорему Ферма от забвения, и Эндрю Биль, который защитил ее от фальсификации [3].

Ниже дается реконструкция доказательства утверждения Ферма, основанная на предполагаемом знании Ферма геометрической теоремы Евклида и вытекающей из нее теоремы Пифагора. Эта реконструкция имеет точный математический характер и приведена лишь для того, чтобы читатель сам мог убедиться в ее математической достоверности. В свое время автор направил свои статьи по теореме Ферма и гипотезе Билия в различные математические издания, но ответа так и не дождался или получил ответ от некоторых из них, что, мол, эти статьи никак не вписываются в рамки их научной политики. Но теперь всем известно, что так называемая научная политика (она же издательская политика) – это в принципе та же самая обычная политика государственных, частных и общественных корпораций по подчинению себе независимых исследователей для работы по своим жестко выбранным научным направлениям. Однако оставим политические вопросы тем математикам, которые работают по заказу и рассматривают независимых ученых как своих идейных противников (как говорится, богу богово, а кесарю кесарево).

Итак, теорема Ферма утверждает, что уравнение: $z^n = x^n + y^n$ (1)

нельзя построить из целых чисел z, x, y при целом показателе степени $n > 2$. В общем случае:

$z = (z'd), x = (x'd), y = (y'd)$, где z', x', y' взаимно просты и d общий целый множитель. Предположим теперь, что какое-то решение (1) в целых числах все же существует (в соответствии с методом доказательства от противного). Разделим равенство (1) на z^{n-1} и получим:

$$z = (z'd) = (x'd)^n / (z'd)^{n-1} + (y'd)^n / (z'd)^{n-1} = k + l \quad (2)$$

где k и l целые числа, если $d = (z')^{n-1}$ как минимум, d может быть любым целым числом, включающим в себя этот минимум в качестве сомножителя. Теперь применим теорему Евклида для построения равенства Пифагора $z^2 = zk + zl = x_0^2 + y_0^2$, где $x_0^2 = zk$ и $y_0^2 = zl$:

$$z/x_0 = x_0/k, \quad z/y_0 = y_0/l \quad (3)$$

Так как x_0, y_0 являются квадратными корнями из целых чисел, то следует уделить особое внимание равенству $z^2 = x_0^2 + y_0^2$, которое мы назовем нормой целого числа z в 2-мерном арифметическом пространстве.

Из (1)-(3) следует масштабная модификация нормы: $z^n = z^{n-2}(x_0^2 + y_0^2) = x^n + y^n$. Норма целого числа не может быть меньше 1. Чтобы построить бином Ферма (1) в целых числах, запишем две цепочки непрерывных пропорций, связанные между собой посредством нормы $z^2 = x_0^2 + y_0^2$:

$$\begin{aligned} z/x_0 = x_0/k = k/k_1 = \dots = k_{n-3}/k_{n-2} \\ z/y_0 = y_0/l = l/l_1 = \dots = l_{n-3}/l_{n-2} \end{aligned} \quad (4)$$

где натуральные индексы последних членов каждой цепочки в (4) читаются для $n > 2$. Непрерывные пропорции (4) дают следующие формулы:

$$\begin{aligned} kz = x_0^2, k_1z = x_0k, k_2z = x_0k_1, \dots, k_{n-2}z = x_0k_{n-3} \\ lz = y_0^2, l_1z = y_0l, l_2z = y_0l_1, \dots, l_{n-2}z = y_0l_{n-3} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_0^2 = kz = (k_1z/x_0)z, \quad x_0^3 = k_1z^2 = (k_2z/x_0)z^2, \dots, \quad x_0^n = k_{n-2}z^{n-1} \\ y_0^2 = lz = (l_1z/y_0)z, \quad y_0^3 = l_1z^2 = (l_2z/y_0)z^2, \dots, \quad y_0^n = l_{n-2}z^{n-1} \end{aligned} \quad (6)$$

Далее можно получить единственное разбиение z^n на три слагаемых из (5)-(6) для данной нормы и каждого $n > 2$:

$$z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n \quad (7)$$

где $\lambda_n = z^{n-1} [(k - k_{n-2}) + (l - l_{n-2})]$ остаток после вычитания x_0^n и y_0^n из z^n такой, что $\lambda_n > 0$, когда $n > 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$; $\lambda_n = 0$, когда $n = 2$ и $x_0 y_0 \neq 0$; $x_0, y_0 \in [0, z]$, $z \in (0, \infty)$.

Разбиения (7) могут быть приведены к норме, из которой они были получены:

$$z^n = x_0^n + y_0^n + \lambda_n = z^{n-2} (x_0^2 + y_0^2) = x^n + y^n \quad (8)$$

Формула (8) представляет собой комбинаторное равенство двух разбиений на три и два слагаемых. В действительности, это одно и то же разбиение, состоящее из двух слагаемых. Если бы это было не так, равенство (1) не могло бы иметь ту же норму и цепочка пропорций, из которой (7) было получено, была бы отлична от (4). Это означает, что разбиения (8) являются равными подобными разбиениями n -мерного куба на два и три меньших n -мерных кубов (однако в общем случае, параллелепипеды $z^{n-2} x_0^2$ и $z^{n-2} y_0^2$ не

подобны n -мерным кубам и не могут образовать равные разбиения; кроме того, иррациональные x_0, y_0, x, y не могут уравнивать члены в (8)).

Говоря современным языком, можно сказать, что имеется изоморфизм разбиений (8), благодаря которому масштабная инвариантность нормы $z^{n-2} (x_0^2 + y_0^2)$ приводит к следующим равенствам различных фрагментов разбиений (8):

$$x_0^n + y_0^n = (x^n \text{ or } y^n) \quad (9)$$

и соответственно $\lambda_n = (y^n \text{ or } x^n)$. Следует заметить, что $x_0^n \neq z^{n-2} \cdot y_0^2 = y^n$ и $y_0^n \neq z^{n-2} \cdot x_0^2 = x^n$ из-за отсутствия совпадения разложений при факторизации чисел x_0^n and y^n , y_0^n and x^n . Очевидно, что $x_0^n \neq z^{n-2} \cdot x_0^2$ and $y_0^n \neq z^{n-2} \cdot y_0^2$.

Покажем теперь, что x_0 and y_0 не могут быть иррациональными в (9) из-за целого разбиения z^n на x^n и y^n . Здесь могут встретиться два случая: когда n нечетное число (обозначим его $\nu = n_{\text{odd}} \geq 3$) и когда n четное число (обозначим его $\mu = n_{\text{even}} \geq 4$). Рассматривая первый случай, находим, что x_0 и y_0 не могут быть иррациональными в (9), так как иррациональные квадратные корни не могут дать рациональное число в сумме.

Рассмотрим теперь второй случай, когда $n = \mu$. В самом деле, с одной стороны, имеется пифагорова тройка чисел z^m, x^m, y^m , где $m = \mu/2$, такая, что $(z^m)^2 = (x^m)^2 + (y^m)^2$. С другой стороны, начальное равенство может быть записано в форме $z^2 = x_0^2 + y_0^2$, откуда видно, что указанная пифагорова тройка чисел соответствует тройке z, x_0, y_0 , описывающей подобный прямоугольный треугольник. Следовательно: $z^m/x^m = z/x_0$, $z^m/y^m = z/y_0$, $x^m = x_0 \cdot z^{m-1}$, $y^m = y_0 \cdot z^{m-1}$ и x_0 и y_0 не являются иррациональными.

Итак, было обнаружено в результате проведенных вычислений, что равенство (9) состоит из целых чисел. Более того, тройки Ферма из (9) для данного $n > 2$, например, x_0, y_0, x , не являются теми же самыми по своей относительной величине, что и тройки Ферма x, y, z из (1), так как $x_0 / y_0 \neq x / y$, что ясно из следующих соотношений: $x_0^2/y_0^2 = x^n/y^n = (x^2/y^2)(x^{n-2}/y^{n-2})$. Следовательно, равенство (9), представленное в форме

(1), описывает другой прямоугольный треугольник, отличный от того, который определен пифагоровой тройкой x_0, y_0, z .

Вернемся теперь к предположению в начале доказательства о том, что целое решение (1) существует. Это предположение обосновано только в том случае, если имеется конкретное решение (9) в целых числах. Для того, чтобы проверить обоснованность (9), необходимо провести с ним ту же процедуру, что и с уравнением (1), так как уравнения (1) и (9) идентичны по своим свойствам. Эта процедура может быть продолжена до бесконечности в направлении уменьшения целых чисел при условии, что последовательность различных зацепляющихся равенств никогда не оканчивается и числа x_0^2 and y_0^2 в (8) всегда будут целыми. Если же числа в цепочке равенств (1)-(9)-... оказываются дробными, то это означает, что решение (1) не существует среди целых чисел. С другой стороны, бесконечная последовательность зацепляющихся равенств (9) ведет к бесконечному уменьшению положительных целых чисел, что невозможно, и, следовательно, предположение о том, что существует целое решение (1) при $n > 2$, не верно. Таким образом, теорема доказана как для всех четных, так и для всех нечетных степеней целых чисел.

Однако вернемся вновь к построению уравнения Ферма с помощью геометрической теоремы Евклида, чтобы отметить один очень важный момент, связанный с методом обратной задачи. Он состоит в том, что между разбиениями на два и три слагаемых имеется взаимно однозначное соответствие, т. е. между гипотетическим равенством Ферма и построенным разбиением из трех членов существует изоморфизм (сохранение структуры равенства Ферма). Приведение полученных разбиений к форме уравнения Ферма как раз и составляет обратную задачу математического моделирования искомого равенства для высших степеней целых чисел. Эта обратная задача имеет три стандартных этапа. На первом этапе гипотетическое равенство Ферма представляется в виде масштабно преобразованной нормы $z^{n-2} (x_0^2 + y_0^2)$, из которой получают разбиения на три слагаемых для каждого $n > 2$. На втором этапе обнаруживается изоморфизм (сохранение операций, порядка и топологии n -мерного арифметического пространства) между равенством Ферма и построенным разбиением из трех членов. На третьем этапе при установлении окончательного вида равных подобных разбиений делается вывод о наличии гипотетического уравнения Ферма.

Метод обратной задачи может быть применен также и к гипотезе Биля, анонсированной в конце прошлого века [4].

2.2. Гипотеза Биля как обратная задача математической психологии.

Гипотеза Биля утверждает [4]:

Уравнение $A^x + B^y = C^z$ не имеет решений в положительных целых числах A, B, C, x, y, z при x, y, z не меньше 3 и взаимно простых A, B, C . Или в другой формулировке [4]:

Пусть A, B, C, x, y, z будут положительными целыми числами при $x, y, z > 2$. Если существует равенство $A^x + B^y = C^z$, то тогда A, B и C имеют общий множитель.

Перепишем равенство гипотезы Биля следующим образом:

$$x^n + y^n = z^n \quad (10)$$

где положительные целые x, y, z имеют общий множитель, а показатель степени n одновременно принимает целый спектр значений: $n = (k, l, m)$ с целыми независимыми $k, l, m > 2$. Затем предположим вначале, что равенство (10) существует и проведем исследование произвольного решения уравнения (10) в целых числах.

Рассмотрим равенство (10) как разбиение целой степени z^n на две целые части x^n и y^n . Это разбиение может быть записано в виде уравнения Пифагора в действительных числах, если разделить (10) на z^{n-2} . Однако для целых вычислений и получения подобных разбиений из (10) с целыми частями в них необходимо использовать специальные числа, которые мы назовем «прямоугольные числа».

Определение. Прямоугольное число – это такое неотрицательное действительное число, квадрат которого является целым неотрицательным числом.

Множество прямоугольных чисел $\mathbf{P} = \{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots\}$ счетно. Система прямоугольных чисел $\mathbf{P} = \langle \mathbf{P}, +, \cdot, 0, 1 \rangle$ определяется операциями сложения и умножения с двумя выделенными элементами (нулем и единицей). Система $\mathbf{P}$ незамкнута относительно операций сложения. Множество неотрицательных целых чисел является подмножеством множества прямоугольных чисел. Далее мы рассмотрим (10) на двумерной решетке прямоугольных чисел z с координатами x_0, y_0 и нормой $z^2 = x_0^2 + y_0^2$. Норма прямоугольных чисел с двумя слагаемыми в ней всегда состоит из целых чисел. Минимальная (ненулевая) норма прямоугольных чисел равняется 1.

Теперь запишем (10) как равенство для взаимно простых x', y', z' и общего целого множителя d : $(z'd)^m = (x'd)^k + (y'd)^l$ и выполним масштабирование вниз:

$$(z'd)^2 = (x'd)^k / (z'd)^{m-2} + (y'd)^l / (z'd)^{m-2} = (x')^k d^{k-m+2} / (z')^{m-2} + (y')^l d^{l-m+2} / (z')^{m-2} = x_0^2 + y_0^2,$$

где x_0^2 и y_0^2 – квадраты прямоугольных чисел x_0 и y_0 с соответствующим d . Для того, чтобы получить целые части в сумме этого равенства, необходимо рассмотреть показатели $(k-m+2)$ и $(l-m+2)$ при основании d , равном $(z')^{m-2}$. Очевидно, что k и l должны быть больше или равны $m-1$. Если k и l не удовлетворяют этому условию, то тогда равенство (10) не может быть представлено на решетке прямоугольных чисел и, следовательно, построено в натуральных числах. Однако, если $(k, l) \geq m-1$, равенство (10) принимает следующий вид после масштабирования вверх:

$$z^m = x^k + y^l = z^{m-2} (x_0^2 + y_0^2) \quad (11)$$

Чтобы построить (11) в прямоугольных числах, применим древний метод построения степеней целых чисел с помощью геометрической теоремы Евклида, записав две цепочки пропорций, связанных между собой равенством, представляющим число z как сумму двух целых чисел:

$$\begin{aligned} z/x &= x/k = k/k_1 = \dots = k_{m-3}/k_{m-2} \\ z/y &= y/l = l/l_1 = \dots = l_{m-3}/l_{m-2} \end{aligned} \quad (12)$$

где z, x, y – некоторые неизвестные целые числа из (10), m натуральный индекс не меньше 3 и $z = k_{m-2} + l_{m-2}$, где k_{m-2} and l_{m-2} с натуральными индексами являются целыми частями z , взятыми из процедуры масштабирования вниз (см. ниже).

Из пропорций (12) можно получить следующие формулы:

$$\begin{aligned} x^2 &= kz = (k_1 z / x)z, \quad x^3 = k_1 z^2 = (k_2 z / x)z^2, \dots, \quad x^m = k_{m-2} z^{m-1}, \\ y^2 &= lz = (l_1 z / y)z, \quad y^3 = l_1 z^2 = (l_2 z / y)z^2, \dots, \quad y^m = l_{m-2} z^{m-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

откуда получаем $x^m = (zk_{m-2})z^{m-2}$, $y^m = (zl_{m-2})z^{m-2}$, где k_{m-2} и l_{m-2} находятся из базового равенства (10):

$$z = (z'd) = (x'd)^k / (z'd)^{m-1} + (y'd)^l / (z'd)^{m-1} = k_{m-2} + l_{m-2}$$

Показатели степени k и l должны быть больше или равны m , чтобы k_{m-2} and l_{m-2} были целыми при минимальном $d = (z')^{m-1}$. Далее находим $zk_{m-2} = x_0^2$, $zl_{m-2} = y_0^2$, где x_0 , y_0 прямоугольные числа из (11), когда $d = (z')^{m-1}$, и получаем $x^m = x_0^2 z^{m-2}$, $y^m = y_0^2 z^{m-2}$. Следовательно, квадратные корни из x^m , y^m являются средними пропорциональными между x_0^2 и z^{m-2} , y_0^2 и z^{m-2} . Более того, соотношения (11) однозначно определяют

величины степеней в разбиении (10), т. е. $x^m = x^k$, $y^m = y^l$. Таким образом, мы приравняли показатели степени k и l показателю m и получили следующее тождество для равных подобных разбиений z^n на две целые части:

$$z^m = x^m + y^m = z^{m-2}(x_0^2 + y_0^2) = x^k + y^l \quad (14)$$

где $x^k = (x^{k/m})^m = x^m$, $y^l = (y^{l/m})^m = y^m$, т. е. k, l не могут быть больше или меньше m , чтобы удовлетворить границам прямоугольной решетки. Значит $(k, l) = m$, так как корни степени $m \geq 3$ не могут быть числами прямоугольной решетки, а основания x, y могут быть только целыми степенями, начиная с показателя 1 под степенью m . Другими словами, m выполняет роль своеобразного квантора для степеней уравнения (10) и указывает на заключительный этап метода обратной задачи в применении к гипотезе Биля.

Итак, равенство (10) сводится к равенству Ферма в целых числах:

$$x^m + y^m = z^m, \quad m \geq 3, \quad (15)$$

где общий целый множитель d для x', y', z' может быть любым целым числом, в частности, простым числом. Тогда (15) может быть сведено к гипотетическому равенству в простых числах, которое также невозможно в соответствии с доказательством Великой теоремы Ферма.

В завершение этого раздела укажем на три этапа метода обратной задачи в применении к гипотезе Биля. На первом этапе устанавливается норма для чисел равенства Биля. На втором этапе масштабированная вверх норма уравнивает степени в равенстве Биля и равенстве Ферма. На третьем этапе определяется конкретный вид чисел x, y в равенствах (14)-(15).

3. Заключение. О структуре новой совместной парадигмы естественных и гуманитарных наук.

Итак, обобщая полученные выше конкретные результаты по выявлению внутренней структуры таких знаменитых интеллектуальных артефактов, как Великая теорема Ферма и гипотеза Биля, можно сказать, что они были созданы под влиянием накопившихся интеллектуальных напряжений в определенном пласте человеческой культуры (в данном случае, математической культуры), когда многие, в основном, независимые исследователи искали новые пути постижения математической реальности, которая, как обсуждалось выше, лежит в основе всех происходящих в мире явлений и, конечно, в основе всех событий исторического процесса. Логика событий исторического процесса отражается во

внутренней логике отдельных артефактов этого процесса и, наоборот, внутренняя логика артефактов соответствует логике того исторического процесса, из которого или в котором эти артефакты возникли. Другими словами, познавательное, нравственное и эстетическое содержание исторического процесса может быть глубже понято при исследовании математической структуры его артефактов, дающей точное изображение действительности.

Однако для выполнения такой глобальной задачи нужно объединение усилий всех естественных и гуманитарных наук, которые на данном историческом этапе имеют очень мало общих точек соприкосновения между собой. Главными препятствиями, по-прежнему, остаются незнание фундаментальной математики представителями гуманитарных наук [5] и нравственная (или безнравственная) отрешенность представителей так называемого точного знания от гуманитарных проблем [6]. Однако новая научная парадигма объединенных естественных и гуманитарных наук, пока еще зреющая в недрах исторического процесса, когда-нибудь должна выйти наружу, чтобы помочь обрести человечеству подобающее место на просторах Вселенной.

Литература:

1. Ивлиев Ю. А., К расчету управляемых движений глаз при смене точек фиксации, Психологический журнал 1983 т. 4 № 1 с. 38-50. ISSN 0205-9592.
2. Ивлиев Ю. А., Новые математические методы в психологии, их разработка и применение (проблемное исследование), Психологический журнал 1988 т. 9 № 1 с. 103-113. ISSN 0205-9592.
3. Ивлиев Ю. А., Преступная математика: фальсификация Великой теоремы Ферма, Materials digest of the LIX International Research and Practice Conference “Biosocial characteristics of the modern human psychology”, London, August 8-14, 2013, 15-17.
4. Mauldin R. D., A generalization of Fermat’s Last Theorem: the Beal conjecture and prize problem, *Notices of the AMS* **44** (1997), 1436-1437.
5. Ивлиев Ю. А., Преступная математика (как корпоративная наука блокирует появление новой научной парадигмы), Materials of the XI International Research and Practice Conference “Areas of Scientific Thought – 2014/2015”, Sheffield, December 30, 2014 – January 7, 2015, 46-52.

6. Блаватская Е. П. , Черная магия в науке (сборник статей 1887-1891 г.г.), Перевод с английского Ю. А. Хатунцева, Амрита-Урал, 1996, 326 с. ISBN 5-86667-023-2.

*Доклад опубликован в Материалах конференции “THE EVENT-BASED STRUCTURE, AS WELL AS COGNITIVE, MORAL AND AESTHETIC CONTENTS OF THE HISTORICAL PROCESS”(London, July 21 – July 27, 2015), IASHE, London, 2015, pp. 26-30.